



### **Science Arts & Métiers (SAM)**

is an open access repository that collects the work of Arts et Métiers Institute of Technology researchers and makes it freely available over the web where possible.

This is an author-deposited version published in: <https://sam.ensam.eu>  
Handle ID: <http://hdl.handle.net/10985/10375>

#### **To cite this version :**

Lotfi MANSOURI, Hocine CHALAL, Farid ABED-MERAIM, Tudor BALAN - Prédiction de la localisation par une approche d'endommagement micromécanique couplée à une analyse de bifurcation : application à la mise en forme des tôles - In: 20ème Congrès Français de Mécanique, France, 2011-08-29 - Actes du 20ème Congrès Français de Mécanique - 2011

Any correspondence concerning this service should be sent to the repository

Administrator : [scienceouverte@ensam.eu](mailto:scienceouverte@ensam.eu)





## Science Arts & Métiers (SAM)

is an open access repository that collects the work of Arts et Métiers ParisTech researchers and makes it freely available over the web where possible.

This is an author-deposited version published in: <http://sam.ensam.eu>  
Handle ID: <http://hdl.handle.net/null>

### To cite this version :

Lotfi MANSOURI, Hocine CHALAL, Farid ABED-MERAÏM, Tudor BALAN - Prédiction de la localisation par une approche d'endommagement micromécanique couplée à une analyse de bifurcation : application à la mise en forme des tôles - In: 20ème Congrès Français de Mécanique, France, 2011-08-29 - Actes du 20ème Congrès Français de Mécanique - 2011

Any correspondence concerning this service should be sent to the repository  
Administrator : [archiveouverte@ensam.eu](mailto:archiveouverte@ensam.eu)

# Prédiction de la localisation par une approche d'endommagement micromécanique couplée à une analyse de bifurcation : application à la mise en forme des tôles

L. Z. MANSOURI, H. CHALAL, F. ABED-MERAÏM, T. BALAN

LEM3, UMR CNRS 7239, Arts et Métiers ParisTech, 4 rue Augustin Fresnel, 57078 Metz Cedex 3, France

## Résumé :

*Le phénomène de localisation des déformations plastiques, qui apparaît lors d'opérations de mise en forme des tôles, représente l'une des principales causes de rebut des pièces produites dans l'industrie. Plusieurs critères d'instabilités ont été développés dans la littérature afin de prédire le moment d'apparition de ce phénomène. Le travail proposé ici consiste à coupler un modèle d'endommagement de type Gurson au critère de localisation de Rice. L'implantation est réalisée sous forme d'une routine utilisateur (UMAT) dans Abaqus/std via un schéma d'intégration explicite de type Runge-Kutta. Enfin, l'efficacité de la modélisation utilisée, pour la prédire les limites de formage des tôles est explorée.*

## Abstract :

*The strain localization phenomenon that may occur during sheet metal forming represents a major cause of defective parts produced in the industry. Several instability criteria have been developed in the literature to predict the occurrence of these instabilities. The proposed work aims to couple a Gurson-type model to the Rice localization criterion. The implementation of the modeling is achieved via a user subroutine (UMAT) in Abaqus/std using a Runge-Kutta explicit integration scheme. Finally, we show the effectiveness of the proposed coupling for the prediction of the formability of stretched metal sheets.*

**Mots clefs :** endommagement, localisation, mise en forme, C.L.F.

## 1 Introduction

Les instabilités matérielles qui apparaissent sous forme de bandes de cisaillement, représentent l'un des principaux phénomènes qui limitent la formabilité des tôles lors d'opérations de mise en forme. Par conséquent, il est important de se munir d'outils numériques fiables et validés afin de prédire l'apparition de ces instabilités plastiques. L'apparition de la localisation sous forme de bandes de cisaillement est souvent due à des concentrations de déformation à des endroits du matériau où l'endommagement s'est bien développé. Ainsi, la prise en compte de ce phénomène dans la modélisation est un pré-requis indispensable pour une meilleure prédiction de la localisation. Deux grandes familles de modèles d'endommagement ont été développées dans la littérature. La première, dite approche de l'endommagement continu de Lemaitre [1] est basée sur l'introduction d'une variable d'endommagement scalaire, ou tensorielle, traduisant la densité surfacique des défauts. La deuxième famille de mécanique de l'endommagement est basée sur une approche micromécanique physique prenant en compte l'effet de la pression hydrostatique sur le comportement. Dans ce travail, on s'intéresse à la deuxième famille de comportement, et plus exactement, le comportement proposé par le modèle de Gurson-Tvergaard-Needleman (GTN) [2-4]. Ensuite, ce modèle de comportement sera couplé au critère de localisation de Rice [5] afin de prédire l'apparition des premières bandes de cisaillement. Cette approche a déjà été utilisée dans la littérature (Besson *et al.* [6], Sanchez *et al.* [7]), afin de décrire la rupture ductile dans le cas de structures planes ou de révolution. Cependant, l'originalité de ce présent travail est d'aborder l'analyse de la limite de formage d'un matériau ductile utilisant l'approche micromécanique de l'endommagement de Gurson et le critère d'instabilité plastique de Rice.

## 2 Modèle d'endommagement retenu

Le modèle d'endommagement proposé initialement par Gurson [2] puis étendu plus tard par d'autres auteurs Tvergaard [3], Tvergaard et Needleman [4] est l'un des modèles d'endommagement les plus utilisés pour la prédiction de la rupture dans les matériaux ductiles. Ce modèle a montré son efficacité, notamment pour la prédiction de la rupture en tronc de cône. Le critère de plasticité macroscopique proposé par Gurson est donné par la relation suivante :

$$\Phi = \frac{\Sigma_{eq}^2}{\bar{\sigma}^2} + 2q_1 f^* ch\left(\frac{3}{2} \frac{q_2 \Sigma_m}{\bar{\sigma}}\right) - 1 - q f^{*2} \leq 0 \quad (1)$$

où  $\Sigma_{eq}$  et  $\Sigma_m$  représentent, respectivement, la contrainte équivalente macroscopique (au sens de von Mises) et la contrainte moyenne macroscopique.  $\bar{\sigma}$  représente la limite d'écoulement de la matrice, dont l'évolution est décrite par une loi d'écrouissage de Swift, donnée par la relation suivante :

$$\bar{\sigma} = k(\varepsilon_0 + \bar{\varepsilon}^p)^n \quad (2)$$

où  $k$ ,  $\varepsilon_0$  et  $n$  représentent les paramètres de la loi d'écrouissage de Swift et  $\bar{\varepsilon}^p$  la déformation plastique équivalente au niveau de la matrice. Les paramètres  $q_1$ ,  $q_2$  et  $q_3$  ont été introduits par Tvergaard [3] afin de prendre en compte l'effet d'interaction entre les cavités et  $f^*$  représente la porosité effective. Afin d'établir une équivalence entre la dissipation plastique du V.E.R.<sup>1</sup> et celle de la sphère creuse, on utilise le lemme de Hill-Mandel qui permet d'écrire la relation suivante :

$$1 - f \bar{\sigma} \dot{\bar{\varepsilon}}^p = \Sigma : \mathbf{D} \quad (3)$$

où  $f$  représente la fraction volumique de vide,  $\Sigma$  le tenseur de contrainte de Cauchy macroscopique et  $\mathbf{D}^p$  le taux de déformation plastique défini par la loi de normalité suivante :

$$\mathbf{D}^p = \dot{\lambda} \mathbf{V}_\Sigma \quad (4)$$

tel que  $\dot{\lambda}$  représente le multiplicateur plastique et  $\mathbf{V}_\Sigma = \frac{\partial \Phi}{\partial \Sigma}$  la direction d'écoulement. En injectant l'équation (4) dans l'équation (3), on obtient le taux de contrainte équivalente donné par la relation suivante :

$$\dot{\bar{\sigma}} = \frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\varepsilon}^p} \dot{\bar{\varepsilon}}^p = H_{\bar{\sigma}} \frac{\Sigma : \mathbf{V}_\Sigma}{1 - f \bar{\sigma}} \dot{\lambda} \quad (5)$$

Avant coalescence, l'évolution de la porosité est principalement due à deux phénomènes : nucléation et croissance. Il est donc possible d'écrire le taux de porosité sous la forme suivante :

$$\dot{f} = \dot{f}_n + \dot{f}_g \quad (6)$$

où  $\dot{f}_n$  et  $\dot{f}_g$  représentent, respectivement, le taux de porosité dû au phénomène de nucléation et de croissance. Dans ce travail, on considère que la nucléation est pilotée en déformation ; dans ce cas la loi d'évolution de  $\dot{f}_n$  est donnée par la relation suivante [8] :

$$\dot{f}_n = \frac{f_N}{s_N \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\bar{\varepsilon}^p - \varepsilon}{s_N}\right)^2\right] \dot{\bar{\varepsilon}}^p \quad (7)$$

où le paramètre  $f_N$  représente la fraction volumique des inclusions susceptibles d'entrer en phase de nucléation.  $\varepsilon_N$  et  $s_N$  représentent, respectivement, la valeur de la déformation plastique équivalente pour

---

<sup>1</sup> V.E.R. : cavités et inclusions distribuées de façon aléatoire et entourée par une matrice.

laquelle la moitié des inclusions ont germiné et l'écart type sur  $\varepsilon_N$ . Le taux de porosité dû à la croissance est déduit à partir de la loi de conservation de la masse comme suit :

$$\dot{f}_g = 1 - f \operatorname{tr}(\mathbf{D}^p) \quad (8)$$

L'entrée en régime de coalescence est détectée en utilisant le critère phénoménologique introduit par Tvergaard et Needleman [4] par le biais de la porosité effective tel que :

$$f^* = f_{cr} + \delta_{GTN} (f - f_{cr}) \quad (9)$$

avec

$$\delta_{GTN} = \begin{cases} 1 & \text{si } f < f_{cr} \\ \frac{1/q_1 - f_{cr}}{f_R - f_{cr}} & \text{si } f > f_{cr} \end{cases} \quad (10)$$

où  $f_{cr}$  représente la porosité critique et  $f_R$  la porosité à la rupture. Lorsque  $f = f_{cr}$  le matériau entre en phase de coalescence, ce qui se traduit par une perte accélérée de ses propriétés mécaniques.

### 3 Critère de localisation de Rice

Afin de déterminer l'expression du module tangent élasto-plastique dans le cas du modèle GTN, nous appliquons la condition de cohérence qui est donnée par la relation suivante :

$$\dot{\Phi} = \mathbf{V}_\Sigma : \dot{\Sigma} + V_{\bar{\sigma}} \dot{\bar{\sigma}} + V_{f^*} \dot{f}^* = 0 \quad (11)$$

tel que  $V_{\bar{\sigma}} = \frac{\partial \Phi}{\partial \bar{\sigma}}$  et  $V_{f^*} = \frac{\partial \Phi}{\partial f^*}$ . Les différents termes intervenant dans l'équation (11) sont donnés par les relations suivantes :

$$\mathbf{V}_\Sigma : \dot{\Sigma} = \left[ \frac{3}{\bar{\sigma}^2} \Sigma' + \frac{q_1 q_2 f^*}{\bar{\sigma}} \operatorname{sh} \left( \frac{3}{2} q_2 \frac{\Sigma_m}{\bar{\sigma}} \right) \right] : \dot{\Sigma} \quad (12)$$

$$V_{\bar{\sigma}} \dot{\bar{\sigma}} = -\frac{1}{\bar{\sigma}^2} \left[ \frac{2\Sigma_{eq}^2}{\bar{\sigma}} + 3q_1 q_2 f^* \Sigma_m \operatorname{sh} \left( \frac{3}{2} q_2 \frac{\Sigma_m}{\bar{\sigma}} \right) \right] H_{\bar{\sigma}} \frac{\Sigma : \mathbf{V}_\Sigma}{-f \bar{\sigma}} \dot{\lambda} \quad (13)$$

$$V_{f^*} \dot{f}^* = \left[ 2q_1 \operatorname{ch} \left( \frac{3}{2} q_2 \frac{\Sigma_m}{\bar{\sigma}} \right) - 2q_3 f^* \right] \dot{f}^* \quad (14)$$

Introduisons la loi hypo-élastique qui s'apparente dans le repère matériau (co-rotationnel) à une simple dérivée matérielle :

$$\dot{\Sigma} = \mathbf{C}^e : \mathbf{D} - \dot{\lambda} \mathbf{V}_\Sigma = \mathbf{C}^{ep} : \mathbf{D} \quad (15)$$

où  $\mathbf{C}^e$  représente le tenseur des modules d'élasticité et  $\mathbf{D}$  le tenseur taux de déformation. En remplaçant les termes donnés par les équations (12) à (15) dans la condition de cohérence, on obtient l'expression du multiplicateur plastique qui est donnée par la relation suivante :

$$\dot{\lambda} = \frac{\mathbf{V}_\Sigma : \mathbf{C}^e : \mathbf{D}}{H_\lambda} \quad (16)$$

avec

$$H_\lambda = \mathbf{V}_\Sigma : \mathbf{C}^e : \mathbf{V}_\Sigma - V_{\bar{\sigma}} H_{\bar{\sigma}} \frac{\Sigma : \mathbf{V}_\Sigma}{-f \bar{\sigma}} - V_{f^*} \delta_{GTN} \left[ A_n \frac{\Sigma}{1-f} \frac{\Sigma}{\bar{\sigma}} + 1-f \mathbf{V}_\Sigma : \mathbf{I} \right] \quad (17)$$

En injectant l'expression du multiplicateur plastique donnée par la relation (16) dans la relation (15) on peut obtenir l'expression du module tangent élasto-plastique :

$$\mathbf{C}^{ep} = \mathbf{C}^e - \alpha \frac{\mathbf{C}^e : \mathbf{V}_\Sigma \otimes \mathbf{V}_\Sigma \mathbf{C}}{H_\lambda} \quad (18)$$

où  $\alpha=0$  pour une charge ou décharge élastique et  $\alpha=1$  dans le cas de charge élasto-plastique stricte.

Outre le modèle de comportement, nous devons aussi nous doter d'un critère d'instabilités matérielles permettant de détecter le moment d'apparition des bandes de localisation. Le critère que nous avons retenu dans ce travail est le critère de Rice [5], basé sur la singularité du tenseur acoustique. Ce critère peut être utilisé sur des structures 3D, et fournit l'orientation des premières bandes de cisaillement. La condition de localisation qui découle de la condition de compatibilité d'Hadamard et de la condition d'équilibre statique est donnée par la relation suivante :

$$\det \mathbf{Q} = \det \mathbf{n} \cdot \mathbf{L} \cdot \mathbf{n} = 0 \quad (19)$$

où  $\mathbf{Q}$  représente le tenseur acoustique,  $\mathbf{n}$  la normale à la bande de localisation et  $\mathbf{L}$  le module tangent qui relie la contrainte nominale au gradient des vitesses. Son expression est donnée par la relation suivante :

$$\mathbf{L} = \mathbf{C}^{ep} + \mathbf{L}_1 - \mathbf{L}_2 - \mathbf{L}_3 \quad (20)$$

où  $\mathbf{L}_1, \mathbf{L}_2, \mathbf{L}_3$  sont des tenseurs d'ordre quatre qui s'écrivent [9] :

$$\begin{aligned} L_{ijkl} &= \sigma_{ij} \delta_{kl} \\ L_{2ijkl} &= \frac{1}{2} [\delta_{ik} \sigma_{lj} + \delta_{il} \sigma_{kj}] \\ L_{3ijkl} &= \frac{1}{2} [\sigma_{ik} \delta_{lj} - \sigma_{il} \delta_{jk}] \end{aligned} \quad (21)$$

L'implantation du modèle décrit plus haut est réalisée sous forme d'une routine utilisateur UMAT dans Abaqus/std, via un schéma d'intégration explicite de type Runge-Kutta. Ces schémas offrent un bon compromis entre simplicité de mise en œuvre et temps de calculs. Concernant le critère de Rice, ce dernier est testé pour chaque incrément de chargement à partir du moment où l'on entre en plasticité.

## 4 Résultats et discussion

Dans ce qui précède, nous avons décrit le couplage du modèle d'endommagement de Gurson avec le critère de localisation de Rice. On se propose dans cette partie de donner quelques résultats obtenus grâce à ce couplage, notamment pour la prédiction de la formabilité des tôles. Le matériau que nous avons choisi d'étudier dans ce travail est un acier doux, du fait de son utilisation très répandue dans l'industrie. Les paramètres relatifs au matériau ont été tirés de la littérature (Brunet *et al.* [10]) et sont donnés dans les tableaux suivants :

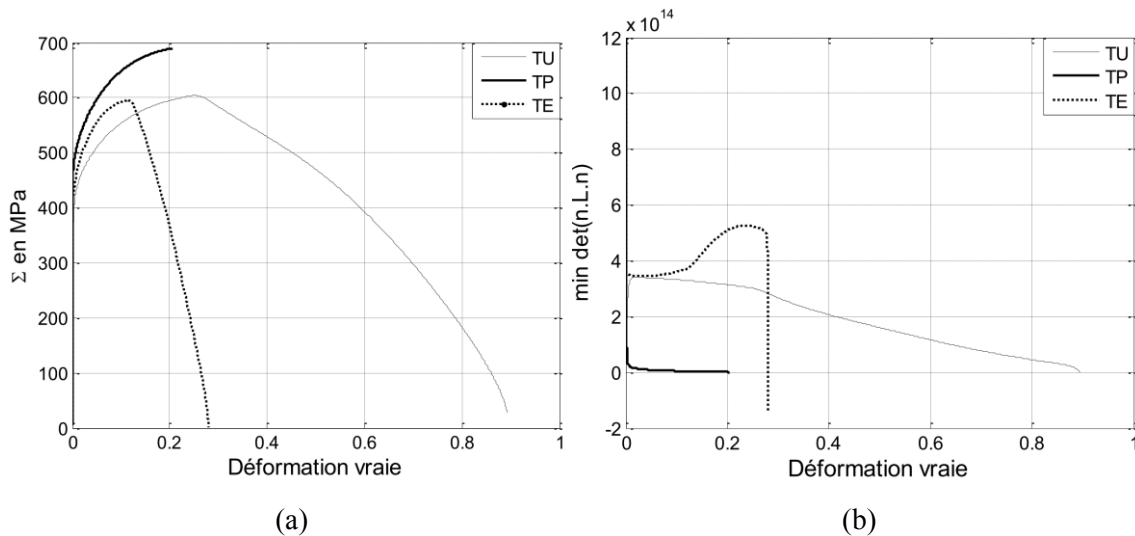
**Tableau 1 :** Propriétés mécanique et paramètres d'écrouissage.

Matériau	$E$ (MPa)	$\nu$	$k$ (MPa)	$\varepsilon_0$	$n$
Acier doux	198000	0,3	551,1	$9,54 \cdot 10^{-3}$	0,297

**Tableau 2 :** Paramètres du modèle d'endommagement.

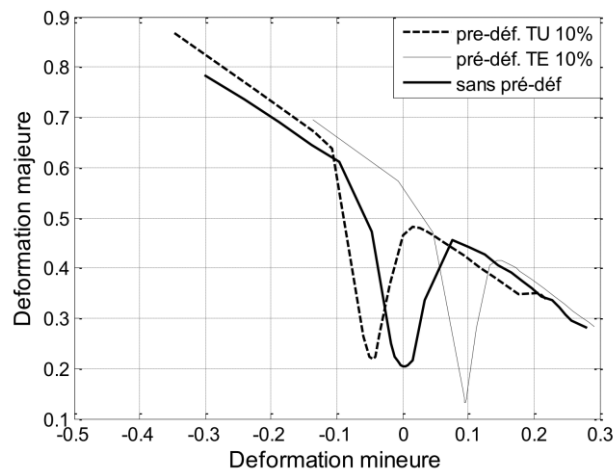
Matériau	$f_0$	$s_N$	$\varepsilon_N$	$f_N$	$f_{cr}$	$f_R$	$q_1$	$q_2$	$q_3$
Acier doux	0,001	0,1	0,21	0,039	0,0301	0,1574	1,5	1	2,15

La figure 1-a représente l'évolution de la contrainte en fonction de la déformation jusqu'au point de localisation pour trois différents trajets de déformation, à savoir traction uniaxiale (TU), traction plane (TP) et traction équi-biaxiale (TE). Dans le cas de la TP, la localisation se produit très tôt dès que la courbe  $\Sigma \varepsilon$  commence à saturer, alors qu'en TE, la localisation se produit pour des valeurs de contraintes très faibles, à la fin de coalescence. Par ailleurs la localisation a lieu quand le minimum du déterminant du tenseur acoustique s'annule (voir équation (19)). En pratique, cette condition n'est pas détectée précisément lors d'un calcul numérique où, l'on passe d'une valeur de  $\min \det \mathbf{Q}$  positive vers une valeur négative (voir figure 1-b) au cours d'un incrément. D'autre part, le minimum de  $\det(\mathbf{Q})$  est obtenu en faisant balayer la normale à la bande de localisation dans un espace 3D (l'extrémité du vecteur  $\mathbf{n}$  parcourt ainsi une demi-sphère).



**Figure 1 :** Courbe macroscopique contrainte-déformation (à gauche), et évolution du minimum du déterminant du tenseur acoustique en fonction de la déformation (à droite). TU = traction uniaxiale ; TP = traction plane ; TE = traction équi-biaxiale.

La figure 2 représente trois courbes limites de formage (C.L.F.) obtenues grâce au modèle présenté plus haut. On observe sur cette figure que dans le cas d'une pré-déformation en TU, la C.L.F. se translate vers la gauche et remonte par rapport à l'axe des déformations majeures, alors que dans le cas d'une pré-déformation en TE, cette dernière se translate vers la droite et descend par rapport au même axe. Ces résultats sont en bon accord avec les observations expérimentales [10]. D'autre part, la C.L.F. obtenue (sans pré-déformation) atteint des valeurs en déformations relativement élevées dans le cas d'un trajet de déformation en TU alors que dans le cas de la TE, la déformation à localisation est relativement faible.



**Figure 2 :** Courbe limite de formage pour un acier doux, effet de la pré-déformation.

## 5 Conclusion

Dans ce travail, nous avons proposé un couplage entre un modèle d'endommagement de type GTN et le critère de localisation de Rice basé sur une perte d'ellipticité se traduisant par la singularité du tenseur acoustique. Ce couplage a permis entre autres de tracer des courbes limites de formage pour un acier doux en reprenant des paramètres existant dans la littérature. L'effet de la pré-déformation sur la formabilité des tôles semble être en bon accord avec les résultats de la littérature. Dans la modélisation proposée dans ce travail, le comportement du matériau en phase de coalescence est décrit de façon purement phénoménologique via le modèle de Tvergaard et Needleman. Par ailleurs, la détection de localisation par le critère de Rice se fait le plus souvent en phase d'adoucissement. Il nous semble intéressant de proposer une modélisation plus fine pendant cette phase, qui soit basée sur des approches ayant une connotation micromécanique. L'objectif global étant de proposer un outil numérique de détection de la localisation qui soit rigoureusement fondé (i.e. modélisation faisant appel à un minimum de paramètres ajustables).

## References

- [1] Lemaitre, J. (1992). A course on damage mechanics. Berlin: Springer.
- [2] Gurson, A. (1977). Continuum theory of ductile rupture by void nucleation and growth : Part I- yield criteria and flow rules for porous ductile media. J. Eng. Mat. and Tech. 99, 2-15.
- [3] Tvergaard, V. (1982). On localization in ductile materials containing spherical voids. Int. J. Fract., 32 57.
- [4] Tvergaard, V., Needleman, A. (1984). Analysis of the cup-cone fracture in a round tensile bar. Acta Metall, 32:57.
- [5] Rice, J. R. (1976). The localization of plastic deformation. Theoretical and applied mechanics. Koiter ed., 207-227.
- [6] Besson, J., Steglich, D., Brocks, W. (2001). Modeling of crack growth in round bars and plane strain specimens. Int. J. Sol. Struct., 8259-8284.
- [7] Sanchez, P. J., Huespe, A. E., Oliver, J. (2007). On some topics for the numerical simulation of ductile fracture. Int. J. Plast. 24 , 1008-1038.
- [8] Chu, C. C., Needleman, A. (1980). Void nucleation effects in biaxially stretched sheets. J. Eng. Mat. Tech., 102:249.
- [9] Haddag, B. (2007). Contribution à la modélisation de la mise en forme des tôles métalliques : Application au retour élastique et à la localisation. Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers.
- [10] Brunet, M., Mguil, S., Morestin, F. (1998). Analytical and experimental studies of necking in sheet metal forming processes. J. Mat. Proces. Tech., 40-46.