



### **Science Arts & Métiers (SAM)**

is an open access repository that collects the work of Arts et Métiers Institute of Technology researchers and makes it freely available over the web where possible.

This is an author-deposited version published in: <https://sam.ensam.eu>  
Handle ID: <http://hdl.handle.net/10985/10816>

#### **To cite this version :**

Jean-Philippe COSTES, Maxence BIGERELLE, Alain IOST - Mesure multi-échelle de surfaces fractales obtenues par prototypage rapide - In: Caractérisation multi-échelle de la rugosité Analyse d'images de topographie, France, 2007-10-11 - Caractérisation multi-échelle de la rugosité Analyse d'images de topographie - 2007

Any correspondence concerning this service should be sent to the repository

Administrator : [scienceouverte@ensam.eu](mailto:scienceouverte@ensam.eu)



# Mesure multi-échelle de surfaces fractales obtenues par prototypage rapide

Philippe Costes<sup>1,2</sup>, Maxence Bigerelle<sup>3</sup> et Alain Iost<sup>1</sup>

- (1) Equipe Caractérisation et propriétés de la Pêrisurface ENSAM Lille, 8 boulevard Louis XIV, 59046 Lille Cedex,  
Laboratoire de Métallurgie Physique et Génie des Matériaux UMR CNRS 8517, France.
- (2) Département Mécanique Matériaux et Procédés, ENSAM Lille, 8 boulevard Louis XIV, 59046 Lille Cedex.
- (3) Laboratoire Roberval, FRE 2833, UTC/CNRS, Centre de Recherches de Royallieu, BP20529, 60205 Compiègne, France.

## Introduction :

Après avoir créé une fractale sous CAO en format STL, plusieurs maquettes physiques de celle-ci sont fabriquées en matériau cire par technique de prototypage rapide (micro projection de cire : procédé MMII de Solidscape US). Une analyse des qualités de réplique est réalisée pour savoir à quelle échelle l'information est perdue via le calcul de la dimension fractale. Après la mise au point d'un indicateur de mesure, nous créons un protocole par plan d'expériences pour pouvoir proposer au modelleur de métier les conditions pour garantir la meilleure précision dimensionnelle. Nous présentons ici les premiers résultats avec la technique du prototypage rapide.

## 1 - Plan d'expérience :

Lors d'essais préliminaires, nous avons étudié les éléments suivants du procédé de prototypage rapide par micro projection de cire (Model Maker II, de Solidscape) :

- influence des températures des têtes d'impression (cire de construction et cire support) sur la largeur, la hauteur et la continuité du trait de cire obtenu avant fraisage mesurées en microscopie optique et profilométrie 3D) ;
- micro-structure des cires observée en microscope électronique à balayage (MEB) ;
- effets d'inertie du chariot sur les traits de cire (microscopie optique) ;
- effet de la calibration géométrique entre les deux têtes d'impression (microscopie optique, profilométrie 3D) ;
- effet de l'épaisseur des strates sur les paramètres de rugosité d'une surface plane construite suivant différentes orientations (microscopie optique et profilométrie 3D) ;
- fraisage des strates : effet de l'encrassement des arêtes de la fraise, position de la pièce sur la table de construction vis-à-vis de l'aspiration des copeaux (microscopie optique et profilométrie 3D).

A l'issue des différentes analyses effectuées, nous avons décidé de fixer un certain nombre de paramètres (à priori à leur configuration optimale) et de mettre les autres paramètres à deux niveaux chacun.

Pour tous les essais, les températures des lignes de chauffe et des têtes d'impression qui y sont associées seront de 120°C pour la cire de construction et de 110°C pour la cire support soluble. Sur la table de construction, la pièce sera centrée sur l'axe Y de la machine afin de limiter les pertes de charge lors de l'aspiration des copeaux de fraisage. Avant chaque essai, les étalonnages volumiques et l'étalonnage géométrique des têtes d'impression seront effectués. De même, la fraise sera nettoyée à l'acétone avant le début de chaque construction.

Le plan d'expériences Taguchi suivant, du type L8, permet de traiter cinq paramètres à deux niveaux et deux interactions :

- 5 paramètres à 2 niveaux :

A : Epaisseur des strates de construction (A1=51 µm ou A2=76 µm).

B : Position de la surface fractale sur la table de travail (B1=horizontale ou B2=verticale).

C : Position relative de la surface fractale par rapport à la pièce (C1=vers le bas ou C2=vers le haut).

D : Orientation de la surface fractale / 2 passes de fraisage des strates (D1=fractale orientée du côté amont de la première passe où la fraise travaille en avalant; ou D2=fractale orientée du côté amont de la deuxième passe où la fraise travaille en opposition).

E : Présence de murs supports en périphérie des strates de cire de construction (E1=oui ou E2=non).

● 2 interactions:

AB : entre l'épaisseur de strates et la position de la pièce sur la table.

EB : la présence ou non de murs de cire support avec la position de la pièce.

Une surface fractale modélisée mathématiquement est un bon vecteur pour l'étude de la réalisation pratique d'une pièce à partir d'un modèle théorique connu. Les géométries fractales permettent de modéliser des surfaces existantes notamment par l'introduction d'irrégularités (points de non dérivabilité) qui rendent compte de la réalité des surfaces rencontrées dans les procédés de fabrication. Dans le cas d'utilisation des surfaces self similaires ou self affines, les caractéristiques géométriques se préservent par loi d'échelle. La vérification de la conservation des aspects géométriques multi échelles peut être construite à l'aide de mesures (pris au sens mathématique) sur la surface fractale réalisée et palpée. La dimension fractale donne une expression analytique entre ces mesures et l'échelle où elles sont effectuées. De plus, une géométrie fractale peut se présenter sous une forme modélisable vectoriellement, programmable au format STL, et donc exploitable par le procédé de prototypage rapide.

C'est une surface fractale auto affine de Takagi qui sera réalisée dans notre étude. La dimension de la fractale théorique étant fixée à  $\Delta=2,5$  (cf notre article précédent "création de surfaces fractales par prototypage rapide").

## 2 - Mise au point de l'indicateur multi-échelle :

La méthode des oscillations [1] est appliquée sur les données expérimentales des topographies des surfaces en cire afin d'évaluer leurs dimensions fractales. En les comparant à la dimension fractale théorique du modèle mathématique, nous pourrions définir la qualité de réplique du procédé de prototypage pour chaque configuration (niveau de résolution). En effet, la dimension fractale représente l'exposant de la loi d'échelle caractéristique de la similitude interne de la géométrie de la pièce. Si la dimension fractale calculée est trop éloignée de la dimension théorique, alors l'information topographique multi-échelle est modifiée par le procédé de prototypage en cire qui ne respecte plus les détails morphologiques à toutes les échelles de mesure. L'oscillation est la différence entre la plus grande et la plus petite valeur de  $z$  dans l'espace carré de centre  $(x,y)$  et de côté  $2\tau$  ; il s'agit en fait du  $R_T$  local de rugosité. En moyennant l'oscillation sur tout le domaine on obtient la  $\tau$ -variation.

$$f : [a, b] \times [c, d] \rightarrow IR \quad OSC_\tau(f, x, y) = \left| \max_{\substack{|x-t| < \tau \\ |y-t| < \tau}} (f(t)) - \min_{\substack{|x-t| < \tau \\ |y-t| < \tau}} (f(t)) \right| \quad (1)$$

En donnant la moyenne de  $OSC_\tau(f, x, y)$  sur la surface  $[a, b] \times [c, d]$ , on obtient :

$$VAR_\tau(f, a, b, c, d) = \frac{1}{(b-a)} \frac{1}{(d-c)} \int_a^b \int_c^d OSC_\tau(f, x, y) dx dy \quad (2)$$

La dimension fractale de la surface continue est donnée par :

$$\Delta(f, a, b, c, d) = \lim_{\tau \rightarrow 0} \left( 3 - \frac{\log VAR_\tau(f, a, b, c, d)}{\log \tau} \right) \quad (3)$$

$\Delta(f, a, b, c, d)$  est associée au graphique de la fonction  $f$  défini sur le carré  $[a, b] \times [c, d]$ . Pour

estimer  $\Delta$ , une régression linéaire de  $\log VAR_c(f, a, b, c, d)$  en fonction de  $\log \tau$  pour différentes valeurs de  $\tau$  est effectuée. La pente correspond au coefficient de Hölder  $H(f, a, b, c, d)$  tel que :

$$\Delta(f, a, b, c, d) = 3 - H(f, a, b, c, d) \quad (5)$$

Avec cette méthode, les erreurs dues à la discrétisation sur  $z$  disparaissent. Cette méthode est l'une des plus précises pour calculer la dimension fractale des fonctions  $z = f(x, y)$  [2].

### 3 - Exploitation des résultats :

Pour les différents essais du plan d'expériences, le graphe  $\log VAR\tau(f, a, b, c, d)$  en fonction de  $\log \tau$ , qui permet le calcul de la dimension fractale, a été établi. La dimension fractale théorique de 2,5 a été prise comme référence pour évaluer celles des différents essais. Le tableau 1 donne la valeur de la dimension fractale associée à chaque essai. Cette valeur est calculée sur les dix premiers points de chaque essai (valeurs de  $\tau$  les plus faibles sur le graphe  $\log VAR\tau(f, a, b, c, d)$  en fonction de  $\log \tau$ ). L'incertitude sur les dimensions fractales des différents essais est de  $\pm 0,001$  (intervalle à 95% de l'erreur obtenue par studentisation de la pente donnée par les moindres carrés). L'essai 6 a la plus faible valeur ( $\Delta=2,18$ ) et l'essai 4 a la plus forte ( $\Delta=2,35$ ).

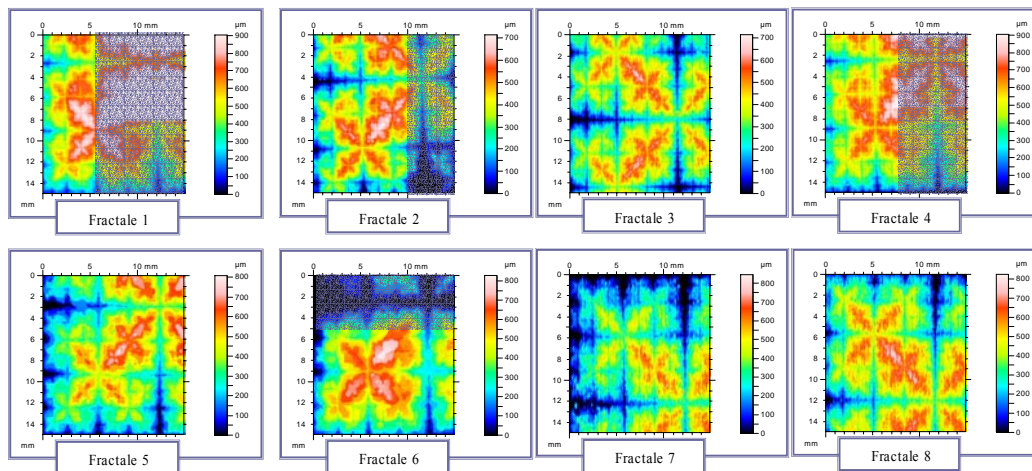


Figure 1. Surface de réponses des fractales (certains fichiers générés par le profilomètre 3D présentent des zones pour lesquelles le capteur a saturé car hors de sa zone d'amplitude maximale de palpée. Ces parties grisées ont alors été supprimées et nous avons exploité la zone restante).

Plan L8 Taguchi		Paramètres & Interactions							$\Delta$
		A	B	AB	E	C	EB	D	
Numéros des différents essais	1	1	1	1	1	1	1	1	2,247
	2	1	1	1	2	2	2	2	2,255
	3	1	2	2	1	1	2	2	2,352
	4	1	2	2	2	2	1	1	2,355
	5	2	1	2	1	2	1	2	2,239
	6	2	1	2	2	1	2	1	2,185
	7	2	2	1	1	2	2	1	2,346
	8	2	2	1	2	1	1	2	2,354

Tableau 1. Résultats du plan d'expériences

### 4 - Recherche de la configuration optimale pour le prototypage rapide :

Pour le plan d'expériences Taguchi, soient  $\Delta$  la dimension fractale (réponse du modèle) et  $M=2,2916$

la moyenne générale des dimensions fractales associées aux différents essais, nous trouvons :

$$\begin{aligned} \Delta = & 2,2916 + [0,0107 \quad -0,0107]A + [-0,0602 \quad 0,0602]B + [-7,275 \cdot 10^{-3} \quad 7,275 \cdot 10^{-3}]C \\ & + [-5,825 \cdot 10^{-3} \quad 5,825 \cdot 10^{-3}]D + [4,325 \cdot 10^{-3} \quad -4,325 \cdot 10^{-3}]E + {}^tA \begin{bmatrix} 8,8 \cdot 10^{-3} & -8,8 \cdot 10^{-3} \\ -8,8 \cdot 10^{-3} & 8,8 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix} B \\ & + {}^tE \begin{bmatrix} 6,875 \cdot 10^{-3} & -6,875 \cdot 10^{-3} \\ -6,875 \cdot 10^{-3} & 6,875 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix} B \end{aligned} \quad (6)$$

Le modèle ci-dessus permet de conclure sur le réglage des facteurs. Afin de tendre le plus possible vers la valeur théorique, les niveaux optimaux des facteurs sont retenus : A au niveau 1, B au niveau 2, C au niveau 2, D au niveau 2 et E au niveau 2 (le modèle statistique donne une valeur maximale pour la dimension fractale de  $\Delta = 2,369$ ). Une analyse de variance permet un classement des facteurs par ordre décroissant des effets pour déterminer le réglage prépondérant :  $B > A > AB > C > EB > D > E$ . Ainsi, c'est la valeur de B qui sera prépondérante dans les interactions AB et EB. Les valeurs indépendantes de B et A sont prépondérantes par rapport à l'interaction AB. De même, les valeurs de B et de l'interaction EB sont prépondérantes vis-à-vis de E.

## 5 - Interprétation et conclusion :

Pour obtenir la meilleure définition dans la construction des pièces par micro projection de cire (procédé MMII), il faudra par ordre de priorité :

1 - Positionner la surface fractale verticale sur la table de travail (B2) : La dégradation en "marches d'escaliers" de la surface fractale, due à la mise en strates de celle-ci, est moins importante lorsque la surface fractale est verticale que lorsqu'elle est horizontale. Pour la fractale verticale, cette dégradation s'effectue dans une seule direction alors que pour la fractale horizontale elle s'effectue dans deux directions.

2 - Choisir une épaisseur de strates de 51 mm (A1) : De façon générale, plus l'épaisseur des strates est faible et plus la surface fractale physique réalisée en "marches d'escaliers" converge vers la surface fractale théorique. Il conviendra donc de choisir toujours l'épaisseur de strates la plus faible pour obtenir la meilleure définition. Mais attention, il faudra aussi prendre en compte le temps de construction des pièces en cire qui augmente très rapidement avec la diminution de l'épaisseur de strates. Industriellement, un compromis sera donc recherché en fonction du type de pièces à réaliser.

3 - Orienter la surface fractale vers le haut si celle-ci devait être horizontale (C2) : Pour soutenir la pièce prototype pendant sa construction, une structure support en cire soluble est nécessaire sous la pièce prototype ; construite en parallèle des maquettes, elle affecte la géométrie de la partie inférieure des pièces fabriquées. Lors de la réalisation d'une strate, la cire support est déposée après la cire de construction qui est alors encore chaude. Légèrement réchauffée par la cire support périphérique, la cire de construction se déforme donc très faiblement. Une mauvaise aspiration des copeaux pendant le surfacage des strates ou une mauvaise calibration géométrique entre les têtes d'impression conduisent lors des constructions à des mélanges ponctuels des deux cires dans la pièce prototype. La dissolution de la cire support dans le bac de Bioact VSO thermostaté à 60°C se traduit par une légère dégradation superficielle des prototypes.

4 - Choisir une configuration de construction sans mur périphérique de cire support supplémentaire (E2) : Les remarques développées au point précédent sont ici aussi applicables.

5 - Enfin placer la surface fractale lorsque celle-ci est verticale du côté amont de la deuxième passe de fraisage pour laquelle la fraise travaille en opposition (D2) : Le dernier surfacage est effectué par fraisage en travaillant en opposition. Cela donne un meilleur état de surface du côté amont : pas de bavures sur la surface pièce et bonne conditions d'aspiration des copeaux. L'état de surface est plus dégradé du côté aval de la dernière passe de fraisage en raison des bavures résiduelles de cire et de légers éclats de cire en surface dus aux efforts de coupe.

De manière générale, les résultats de notre étude sont en excellente concordance avec les connaissances métier du procédé de prototypage utilisé.

## Références

[1] C. Tricot, Courbes et dimension fractale, Springer-Verlag, Paris, 1993.

- [2] M. Bignerelle et A. Iost, A new method to calculate the fractal dimension of surfaces. Application to human cell proliferation, *Computer and Mathematics with Application*, **42**, (2001), 241-253.