



Science Arts & Métiers (SAM)

is an open access repository that collects the work of Arts et Métiers Institute of Technology researchers and makes it freely available over the web where possible.

This is an author-deposited version published in: <https://sam.ensam.eu>
Handle ID: [.http://hdl.handle.net/10985/26443](http://hdl.handle.net/10985/26443)

To cite this version :

Mohamed El Hédi BEN ZEINEB, Farid ABED-MERAIM, Tudor BALAN - Implantation et validation de l'élément fini SHB8 dans ABAQUS - In: 17ème Congrès Français de Mécanique, France, 2005-08-29 - Actes du 17ème Congrès Français de Mécanique - 2005

Any correspondence concerning this service should be sent to the repository

Administrator : scienceouverte@ensam.eu



Implantation et validation de l'élément fini SHB8 dans ABAQUS

Mohamed El Hédi Ben Zeineb ^a, Farid Abed-Meraim ^b, Tudor Balan ^b

^aLPMM, Université de Metz, Ile du Saulcy, 57045 Metz, ^bENSAM Metz, 4 Rue Augustin Fresnel, 57078 Metz

Résumé :

L'élément de coque massif « SHB8 » est un élément sous intégré, stabilisé puis projeté par l' « Assumed Strain Method ». Son bon retour d'expérience par rapport aux éléments standard de INCA et d'ASTER nous a amené à l'implanter dans le code ABAQUS via la subroutine UEL. Ses performances sont de nouveau vérifiées sur des cas tests statiques linéaires. Comparé aux éléments C3D8I et S4 d'ABAQUS, le « SHB8 » présente une convergence rapide même pour des maillages grossiers.

Abstract:

The "SHB8" continuum shell element is an under integrated element, stabilized then projected by the "Assumed Strain Method". Its good experience feedback compared to the standard elements of INCA and ASTER led us to implement it in the ABAQUS code using the UEL subroutine. Its performances are again checked on linear static patch tests. Compared to the ABAQUS elements: C3D8I and S4, the "SHB8" presents a fast convergence even for coarse mesh.

Mots clefs :

Assumed Strain Method ; Elément solide-coque ; Hourglass ; Blocage ; UEL

1 Introduction

Dans le cadre de la simulation des procédés de mise en forme, on s'intéresse le plus souvent au comportement du matériau à travers l'épaisseur de la pièce. Pour rendre compte effectivement des différents phénomènes à travers l'épaisseur, un certain nombre de points de quadrature s'avère nécessaire suivant cette direction. Une telle situation exige un raffinement du maillage, ce qui implique un temps de calcul considérable rendant une simple opération de mise en forme très coûteuse sans avoir de garantie sur la précision des résultats du calcul effectué. Pour éviter le raffinement du maillage dans le plan de la tôle, une idée complémentaire consiste à utiliser de nouveaux éléments massifs ayant un comportement de type coque. Autrement dit, des éléments hexaédriques admettant un élanement important comme c'est le cas des éléments de coques traditionnels. Ceci est développé dans le nouvel élément de coque sous-intégré «SHB8». Cet élément a été implanté dans les codes PLEXUS, INCA et ASTER par Abed-Meraim et Combescure [1], et a donné de bons résultats. A travers plusieurs cas tests [1], [2], [3], on a démontré qu'il converge plus rapidement que les éléments standard existant dans ces codes et ceci même dans le cas de maillages grossiers. Vu que les codes INCA et ASTER ne sont pas destinés principalement à la simulation numérique des procédés de mise en forme et suite au bon retour d'expérience qu'a présenté l'élément SHB8, il s'est avéré intéressant de l'implanter dans un code dédié à ce type de procédés et reconnu par ses performances en matière de calcul par éléments finis. Il s'agit du code de calcul par éléments finis ABAQUS.

Dans un premier temps, nous avons implanté le SHB8 dans ABAQUS. A travers un cas test simple, nous avons vérifié sa programmation. Dans un deuxième temps, nous avons tenté de le valider en mettant ses performances en compétition vis-à-vis d'éléments standard d'ABAQUS ayant des formulations ou des caractéristiques similaires à celles du SHB8. Pour ce faire, le SHB8 ainsi que les éléments choisis

d'ABAQUS, subiront des patch tests connus. Nous commencerons par un rappel très succinct sur la formulation de l'élément SHB8 ainsi que celles des éléments standard choisis dans ABAQUS. Ensuite nous décrirons les outils de l'implantation. Nous présenterons alors les cas tests linéaires ainsi que les résultats obtenus pour chaque élément. Enfin nous terminerons cette étude par une conclusion générale.

2 Formulation de l'élément SHB8

L'élément SHB8 est un hexaèdre à huit nœuds, il possède cinq points d'intégration répartis dans l'épaisseur et situés en son centre. Il est sous intégré pour améliorer ses performances de calcul et atténuer certains blocages. Les autres blocages en cisaillement sont éliminés par une projection entrant dans le cadre de la méthode « assumed strain ». Enfin, les modes parasites de type *hourglass* sont stabilisés par une technique efficace basée sur l'analyse du noyau de l'opérateur de rigidité. Cette géométrie hexaédrique du SHB8 permet le raccordement aisé avec des éléments solides tridimensionnels.

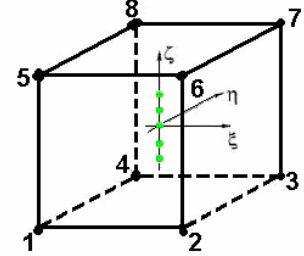


FIG. 1- Géométrie de l'élément SHB8.

2.1 Cinématique et interpolation

Le SHB8 est un élément isoparamétrique, il admet la même interpolation linéaire qu'un élément hexaédrique à huit nœuds. Les coordonnées x_i sont interpolées à partir des coordonnées nodales x_{iI} utilisant les fonctions de forme linéaires isoparamétriques N_I par les formules :

$$x_i = x_{iI} N_I(\xi, \eta, \zeta) = \sum_{I=1}^8 x_{iI} N_I(\xi, \eta, \zeta) \quad (01)$$

Dans la suite, nous adopterons la convention de sommation pour les indices répétés. Les indices minuscules i varient de un à trois et représentent les directions des coordonnées spatiales. Ceux en majuscule I varient de un à huit et correspondent aux nœuds de l'élément. Les mêmes fonctions de forme sont utilisées pour définir les champs de déplacement u_i de l'élément :

$$u_i = u_{iI} N_I(\xi, \eta, \zeta) = \sum_{I=1}^8 u_{iI} N_I(\xi, \eta, \zeta) \quad , \quad (02)$$

2.2 Opérateur gradient discrétisé

Le champ de déplacement se met finalement sous la forme très pratique suivante :

$$u_i = a_{0i} + (\underline{b}_1^T x + \underline{b}_2^T y + \underline{b}_3^T z + \underline{\gamma}_1^T h_1 + \underline{\gamma}_2^T h_2 + \underline{\gamma}_3^T h_3 + \underline{\gamma}_4^T h_4) \cdot \underline{d}_i \quad (03)$$

Pour plus de détails, voir [1], [3]. Différenciant (03) par rapport à x_j , on tire le gradient de déplacement :

$$u_{i,j} = \left(\underline{b}_j^T + \sum_{\alpha=1}^4 h_{\alpha,j} \cdot \underline{\gamma}_\alpha^T \right) \cdot \underline{d}_i = \left(\underline{b}_j^T + h_{\alpha,j} \cdot \underline{\gamma}_\alpha^T \right) \cdot \underline{d}_i \quad (04)$$

L'opérateur gradient discrétisé reliant le tenseur de déformation au vecteur des déplacements nodaux par : $\underline{\nabla}_s u = \underline{B} \cdot \underline{d}$ prend alors la forme matricielle pratique :

$$\underline{\underline{B}} = \begin{bmatrix} \underline{b}_x^T + h_{\alpha,x} \underline{\gamma}_\alpha^T & \underline{0} & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{b}_y^T + h_{\alpha,y} \underline{\gamma}_\alpha^T & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{0} & \underline{b}_z^T + h_{\alpha,z} \underline{\gamma}_\alpha^T \\ \underline{b}_y^T + h_{\alpha,y} \underline{\gamma}_\alpha^T & \underline{b}_x^T + h_{\alpha,x} \underline{\gamma}_\alpha^T & \underline{0} \\ \underline{b}_z^T + h_{\alpha,z} \underline{\gamma}_\alpha^T & \underline{0} & \underline{b}_x^T + h_{\alpha,x} \underline{\gamma}_\alpha^T \\ \underline{0} & \underline{b}_z^T + h_{\alpha,z} \underline{\gamma}_\alpha^T & \underline{b}_y^T + h_{\alpha,y} \underline{\gamma}_\alpha^T \end{bmatrix} \quad (05)$$

Cette écriture de l'opérateur gradient discrétisé utilisant les formules de Hallquist [4] est très commode car les vecteurs $\underline{\gamma}_\alpha$, intervenant dans l'expression de B , vérifient les conditions d'orthogonalité suivantes :

$$\underline{\gamma}_\alpha^T \cdot \underline{x}_j = 0 \quad , \quad \underline{\gamma}_\alpha^T \cdot \underline{h}_\beta = \delta_{\alpha\beta} .$$

Ceci permet de manipuler séparément chacun des modes non constants de la déformation pour obtenir la forme du champ de déformation postulée permettant d'éliminer les modes de blocage ou de verrouillage.

2.3 Formulation variationnelle

L'extension de la forme faible du principe variationnelle de Hu Washizu au cas de la mécanique des solides non linéaires est due à Fish et Belytschko [5]. Pour un simple élément, on a :

$$\delta\pi(\underline{v}, \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}, \underline{\underline{\sigma}}) = \int_{\Omega_e} \delta \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^T \cdot \underline{\underline{\sigma}} d\Omega + \delta \int_{\Omega_e} \underline{\underline{\sigma}}^T \cdot (\underline{\nabla}_s(\underline{v}) - \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}) d\Omega - \delta \underline{\underline{d}}^T \cdot \underline{f}^{ext} = 0 \quad (06)$$

où δ représente une variation, \underline{v} le champ de vitesse, $\underline{\underline{\dot{\epsilon}}}$ est le taux de déformation postulée, $\underline{\underline{\sigma}}$ la contrainte postulée, $\underline{\underline{\sigma}}$ la contrainte évaluée par la loi constitutive, $\underline{\underline{d}}$ les vitesses nodales, \underline{f}^{ext} les forces nodales externes et $\underline{\nabla}_s(\underline{v})$ la partie symétrique du gradient du champ de vitesse. La formulation Assumed strain (projection de l'opérateur gradient discrétisé B sur un sous espace approprié afin d'éviter les différents problèmes de blocage) est basée sur une forme simplifiée du principe variationnel de Hu Washizu comme elle a été décrite par Simo et Hughes [6]. Dans cette forme simplifiée, la contrainte postulée est choisie orthogonale à la différence entre la partie symétrique du gradient de vitesse et le taux de déformation postulée. Ainsi, le second terme dans l'équation (06) s'élimine et l'on obtient :

$$\delta\pi(\underline{v}, \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}) = \int_{\Omega_e} \delta \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^T \cdot \underline{\underline{\sigma}} d\Omega - \delta \underline{\underline{d}}^T \cdot \underline{f}^{ext} = 0 \quad (07)$$

Sous cette forme, le principe variationnel est indépendant de l'interpolation de la contrainte, puisque la contrainte postulée n'intervient plus et n'a donc pas besoin d'être définie. Les équations discrétisées nécessitent donc la seule interpolation de la vitesse \underline{v} et du taux de déformation postulée $\underline{\underline{\dot{\epsilon}}}$ dans l'élément.

Avec les notations tensorielles précédentes on a : $\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{C}} \cdot \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}$ et $\underline{\underline{\dot{\epsilon}}}(x, t) = \underline{\underline{B}}(x) \cdot \underline{\underline{d}}(t)$. Ainsi, les forces internes de l'élément et la matrice de rigidité élémentaire s'écrivent alors simplement : $\underline{f}^{int} = \int_{\Omega_e} \underline{\underline{B}}^T \cdot \underline{\underline{\sigma}} d\Omega$ et $\underline{K}_e = \int_{\Omega_e} \underline{\underline{B}}^T \cdot \underline{\underline{C}} \cdot \underline{\underline{B}} d\Omega$. Les étapes de stabilisation et de projection ASM sont

détaillées dans les références [1], [2] et [3]. La raideur et les forces de stabilisation y sont fournies ainsi que la forme de la projection de l'opérateur gradient discrétisé B . Nous avons choisi de centrer cette étude sur l'implantation de l'élément SHB8 dans ABAQUS et sur sa validation sur des cas tests classiques.

3 Les éléments standard de ABAQUS

Etant donné que l'élément SHB8 est un élément solide-coque (coque massive) à intégration réduite, nous avons choisi de le comparer à deux ensembles d'éléments d'ABAQUS, trois éléments hexaédriques solides (C3D8, C3D8I et C3D8R) et trois éléments coques (S4, S4R et S4R5).

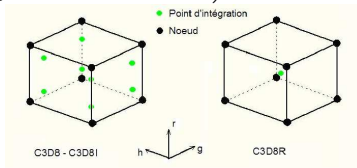


FIG. 2a- Géométrie des éléments solides.

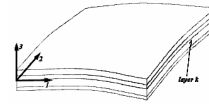


FIG. 2b- Géométrie des éléments coques.

4 L'outil d'implantation du SHB8 dans ABAQUS

ABAQUS est constitué d'une série de programmes puissants de simulation des différentes technologies. Ils sont tous basés sur la méthode des éléments finis, qui peut résoudre des problèmes s'étendant des analyses linéaires relativement simples aux simulations non-linéaires les plus complexes. Les sous-programmes d'utilisateur «User Subroutines», à base de programmes FORTRAN, fournissent un outil extrêmement puissant et flexible pour la création de ses propres applications et de les implanter par la suite dans ABAQUS. Parmi les «User Subroutines» présentes sous ce logiciel, nous disposons de UEL (User Element) qui permet d'implanter son propre élément fini.

La subroutine UEL :

C'est un sous-programme fourni par ABAQUS pour définir de nouveaux éléments finis programmés par l'utilisateur et adaptés à ses propres applications. Toutefois, il faut respecter certaines règles d'interfaçage, pour rester cohérent avec les exigences d'entrées/sorties du code ABAQUS. Pour plus de détails voir dans les manuels d'aide d'ABAQUS.

5 Les cas tests

5.1 La poutre en traction

Ce premier cas test avec un chargement simple (traction uniaxiale) ne présente pas des blocages particuliers. Il est choisi pour la vérification du bon interfaçage "SHB8-UEL". Avec un seul élément sur la poutre on aboutit directement à la bonne solution. Ce cas test valide donc l'interfaçage « UEL-SHB8 » ainsi que la programmation du SHB8 dans ABAQUS.

5.2 La poutre en flexion

Ce cas test représente une poutre en flexion. Ceci nous permettra de vérifier la réponse du SHB8 à ce type de sollicitations. Les caractéristiques géométriques sont données par $\{L=50, D=4 \text{ et } b=1\}$. Les propriétés mécaniques en comportement élastique linéaire sont données par $\{E=6.825 \cdot 10^7 \text{ et } \nu=0.3\}$. Un encastrement est imposé à l'extrémité gauche de la poutre correspondant à « $z = 0$ ». La poutre est sollicitée en flexion suivant la direction «1». La charge totale est de 4 N répartie sur les quatre nœuds de la section droite. Le déplacement U_{1ref} est prélevé à l'extrémité droite de la poutre (point d'application du chargement) et donnée par un simple calcul : $U_{1ref} = 7.3260 \cdot 10^{-3}$.

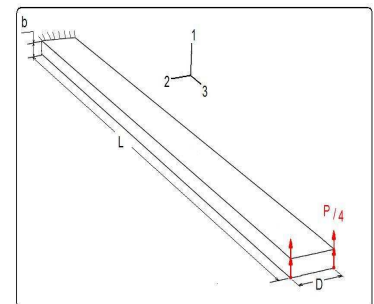


FIG. 3- Poutre en flexion.

Résultats obtenus et comparaisons :

Même en raffinant le maillage, le C3D8 n'arrive pas à converger vers la bonne solution. Ceci est dû à un blocage sévère en cisaillement et aussi à sa formulation basée sur une intégration sélective réduite, ainsi qu'à sa forte dépendance du rapport d'aspect. Le C3D8R, pour les différents raffinements de maillage, garde presque la même valeur surestimant très largement le déplacement. Ceci s'explique par son utilisation d'une ancienne technique de stabilisation des modes de *hourglass* qui repose sur un coefficient artificiel attribué par défaut. Le C3D8I converge en comparaison aux autres éléments solides d'ABAQUS, car sa formulation est destinée à la résolution des problèmes de flexion et cisaillement. Il faut remarquer qu'en raffinant le maillage nous nous approchons de la bonne solution, mais ceci rend le C3D8I de plus en plus coûteux en temps CPU comparé au SHB8. Ce dernier ainsi que les éléments coques convergent plus vite que les éléments solides.

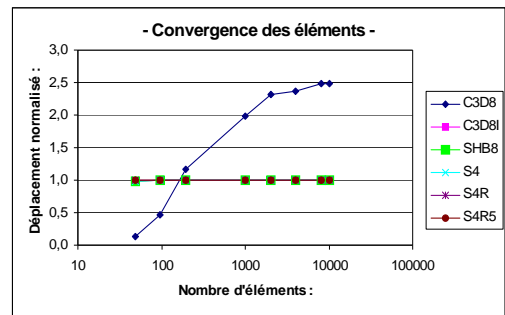


FIG. 4- Convergence des éléments en fonction de la taille du maillage.

5.3 La poutre vrillée

Ce patch test représente à lui seul quatre cas : la combinaison de deux différents chargements P_1 et P_2 à deux différentes épaisseurs b_1 et b_2 . Il a été proposé par MacNeal et Harder [7], qui ont donné la solution de référence relative à la poutre épaisse ($b_1 = 0.32$). La solution de référence relative à la poutre vrillée mince ($b_2 = 0.05$) a été proposée par Simo *et al.* [8]. Nous remarquons que la normale au plan moyen de la structure varie le long de la longueur ce qui implique des éléments de maillage « tordus ». Il y a aussi une possibilité de blocage en cisaillement transverse, ce qui est le cas pour l'élément C3D8 d'ABAQUS. Les caractéristiques géométriques sont données par $\{L=12, D=1.1, b_1 \text{ et } b_2\}$. Les propriétés mécaniques en comportement élastique linéaire sont les mêmes pour les deux poutres et sont données par $\{E=29 \cdot 10^6 \text{ et } \nu=0.25\}$. Un encastrement est imposé à l'extrémité gauche de la poutre correspondant à « $z = 0$ ».

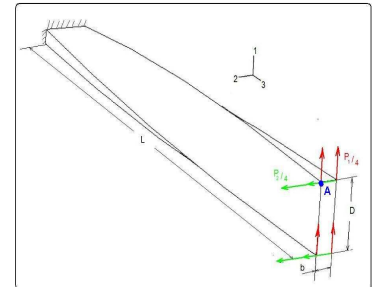


FIG. 5- La poutre vrillée.

Le tableau ci-contre présente les solutions de référence des différents cas tests de la poutre vrillée. Ces valeurs représentent le déplacement calculé au point « A » :

	P_1	P_2
b_1	$5,424 \cdot 10^{-3}$	$1,754 \cdot 10^{-3}$
b_2	1,39	0,3431

Résultats obtenus et comparaisons :

Les quatre cas décrits ci-dessus ont abouti à la même allure de la convergence des éléments en fonction de la taille du maillage. Nous choisissons donc de présenter une seule courbe (épaisseur $b_2 = 0.05$ et chargement P_1).

Le C3D8 n'est pas recommandé pour les sollicitations présentant du cisaillement transverse et une distorsion au niveau du maillage. Par contre, pour l'utiliser il faut raffiner le maillage, mais ceci rendra le calcul de plus en plus cher. La formulation avec un seul point d'intégration du C3D8R le rend très instable à cause des modes à énergie nulle (*hourglass*). Il présente ainsi dans les quatre derniers cas tests une erreur très importante par rapport aux solutions de référence. Le C3D8I, qui est un élément à modes incompatibles, est bien adapté à ce type de chargement. Par conséquent, il est le

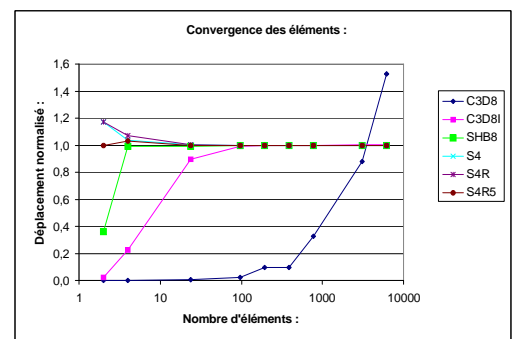


FIG. 6- Convergence des éléments en fonction de la taille du maillage.

plus performant des trois éléments solides linéaires d'ABAQUS, même s'il présente un temps de calcul plus important par rapport à ces derniers. Le S4 est le plus performant des éléments coques testés d'ABAQUS. Néanmoins, il présente un temps CPU plus important que le S4R et le S4R5. Les éléments S4R et S4R5 donnent presque les mêmes résultats. Le SHB8 se montre le plus performant pour ces cas tests. Il converge vers la bonne solution même pour des maillages grossiers (de 4 à 24 éléments), et ceci avec une marge d'erreur de l'ordre de l'unité pour cent.

6 Conclusions

Suite à l'implantation réussie du SHB8 dans le code de calcul par éléments finis ABAQUS, nous avons pu vérifier ses performances à travers des cas tests impliquant des problèmes statiques linéaires. Grâce à l'élanement important qu'il admet, sa capacité à modéliser des structures simples ou complexes, épaisses ou minces, a été de nouveau vérifiée (Abed-Meraim *et al.* [1], [3] et Legay *et al.* [2]). Son originalité par rapport aux éléments solides et coques d'ABAQUS, tient en sa convergence rapide (temps CPU faible) et ceci même pour des maillages grossiers. L'utilisation de l'élément C3D8 n'est pas recommandée à cause du blocage sévère qu'il présente en cisaillement transverse. On ne peut se fier à ses résultats dans de telles sollicitations. L'élément C3D8R est mis clairement en défaut, en raison de la vieille technique de stabilisation *anti-bourglass* qu'il utilise et qui est basée sur un coefficient artificiel de *bourglass* attribué par défaut.

Références

- [1] F. Abed-Meraim et A. Combescure. Stabilisation des éléments finis sous-intégrés. Rapport interne, n° 247, LMT-Cachan, Janvier 2001.
- [2] A. Legay and A. Combescure. Elastoplastic stability analysis of shells using the physically stabilised finite element SHB8PS. *Int. J. Numer. Meth. Engng*, 57:1299-1322, 2003.
- [3] F. Abed-Meraim and A. Combescure. SHB8PS-a new adaptative, assumed-strain continuum mechanics shell element for impact analysis. *Comput. Struct.*, 80:791-803, 2002.
- [4] J. O. Hallquist. Theoretical manual for DYNA3D. UC1D-19401 Lawrence Livermore National Lab., University of California, 1983.
- [5] J. Fish and T. Belytschko. Elements with embedded localization zones for large deformation problems. *Comput. Struct.*, 30:247-256, 1988.
- [6] J. C. Simo and T. J. R. Hughes. On the variational foundations of assumed strain methods. *J. Appl. Mech. ASME*, 53:51-54, 1986.
- [7] R. H. MacNeal, and R. L. Harder. A Proposed Standard Set of Problems to Test Finite Element Accuracy. *Finite Element in Analysis Design*, 11: 3-20, 1985.
- [8] J. C. Simo, D. D. Fox, and M. S. Rifai. On a Stress Resultant Geometrically Exact Shell Model. Part II: The Linear Theory; Computational Aspects. *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, 73: 53-92, 1989.
- [9] D. Lemosse. Eléments finis isoparamétriques tridimensionnels pour l'étude des structures minces. Thèse de doctorat, Ecole Doctorale SPMI/INSA-Rouen, 2000.
- [10] E. Domissy. Formulation et évaluation d'éléments finis volumiques modifiés pour l'analyse linéaire et non linéaire des coques. Thèse de doctorat, UT Compiègne, 1997.