



### **Science Arts & Métiers (SAM)**

is an open access repository that collects the work of Arts et Métiers Institute of Technology researchers and makes it freely available over the web where possible.

This is an author-deposited version published in: <https://sam.ensam.eu>  
Handle ID: <http://hdl.handle.net/10985/8929>

#### **To cite this version :**

Ioana-Corina BOGDAN, Gabriel ABBA - Modélisation phénoménologique et identification d'un système de micro-positionnement - In: Sixième Conférence Internationale Francophone d'Automatique, CIFA 2010, France, 2010-06 - Actes de la Sixième Conférence Internationale Francophone d'Automatique, CIFA 2010 - 2010

Any correspondence concerning this service should be sent to the repository

Administrator : [scienceouverte@ensam.eu](mailto:scienceouverte@ensam.eu)



# Modélisation phénoménologique et identification d'un système de micro-positionnement

Ioana-Corina BOGDAN<sup>1</sup>, Gabriel ABBA<sup>2</sup>,

<sup>1</sup>Laboratoire de Conception, Fabrication et Commande (LCFC),  
Université Paul Verlaine de Metz  
Ile du Saulcy, 57045 Metz Cedex, France.  
*bogdanicorina@gmail.com*

<sup>2</sup>Laboratoire de Conception, Fabrication et Commande (LCFC),  
École nationale d'Ingénieurs de Metz  
Ile du Saulcy, 57045 Metz Cedex, France.  
*abba@univ-metz.fr*

## Résumé—

Les phénomènes de frottement sont à l'origine d'erreurs de positionnement importantes des servo-mécanismes. Une modélisation précise permet de compenser leur effet dans le but d'augmenter les performances du système. Cet article propose une modélisation phénoménologique d'un axe linéaire avec transmission par vis à billes et l'identification des paramètres du modèle par un algorithme d'optimisation. Trois modèles de frottement sont considérés pour le servo-mécanisme. Le premier modèle considère le frottement statique, le frottement visqueux et le frottement de Stribeck avec l'hystérésis. Le deuxième utilise le modèle de Dahl, et le troisième le modèle LuGre. Ces modèles sont non-linéaires en les paramètres. Le critère d'optimisation est déterminé par simulation et considère l'erreur normalisée du couple de commande. Les résultats des trois modèles de frottement sont comparés aux données mesurées. Les simulations et les résultats expérimentaux montrent la validité du modèle proposé.

**Mots-clés—** Modélisation phénoménologique, Axe linéaire, Modèles de frottement, Identification, Micro-bobinage.

## I. INTRODUCTION

Actuellement, les technologies de miniaturisation représentent un sujet important en robotique et ont comme principal objectif l'obtention de produits de très petites dimensions. La problématique de miniaturisation se retrouve dans la fabrication de biens de consommation courante, de produits électroniques ou optiques et de plus en plus dans les machines et les robots. Les chaînes de fabrication des dispositifs miniaturisés demandent aux robots une grande précision de micro-positionnement, ce que nous conduit à l'étude des différents phénomènes intervenants dans ces dispositifs. Le présent travail étudie la modélisation et l'identification d'un axe linéaire utilisé dans l'industrie électronique pour la fabrication de micro-bobinages de composants RFID. La réalisation de ces bobinages nécessite une haute précision et une bonne synchronisation entre le déplacement de l'axe linéaire et la rotation du mandrin. Notre objectif est d'obtenir une précision de micro-positionnement meilleure que le micromètre et de réduire les temps de production. Cet objectif nécessite une modélisation précise des axes et des frottements survenant durant les petits déplacements de l'axe.

Le frottement est un phénomène d'adhérence difficile à modéliser [5], et plus ou moins utile dans les applications

industrielles, avec des aspects négatifs comme la génération de chaleur ou le gaspillage d'énergie, mais avec également des aspects positifs pour la traction ou le freinage [16]. Le frottement est le résultat des plusieurs phénomènes physiques qui dépendent de la géométrie du contact, de la topologie et des propriétés de surface des matériaux des corps en contact, du déplacement et de la vitesse relative de ces corps, et de la présence de lubrifiants [10]. Les modèles de frottement usuellement disponibles sont souvent empiriques et basés sur des interprétations et des observations adaptés pour une utilisation spécifique [15], [20].

Pour les servo-mécanismes avec transmission par vis à billes (TVB), le frottement joue un rôle important. Il crée une force au comportement non-linéaire qui détériore les performances des systèmes de positionnement [17] par des erreurs en régime permanent, des cycles d'oscillation limite ou bien de l'instabilité [5]. Une description des TVB peut être trouvée dans l'article [14]. Le mécanisme de transmission (vis à billes) et la structure mécanique de l'axe représentent le sous-système mécanique, tandis que les générateurs de mouvement et les lois de commande avec les capteurs composent le sous-système de contrôle [3].

La commande par grands gains ou les techniques de commande par modes glissants sont proposées dans [10] et [18] comme solutions pour éliminer les effets du frottement. De même, les méthodes de compensation sont utilisées pour augmenter les performances des servomécanismes et éliminer les effets des frottements. [2] a proposé des méthodes basées sur un pré-compensateur ou la compensation par rétroaction. Une commande en couple/force par boucle de retour et pré-compensateur est proposée dans [4] en utilisant la position et la vitesse mesurées. Comme solution pour la compensation du frottement, [19] utilise une boucle de retour de l'accélération qui est obtenue par dérivation de la vitesse ou par un observateur. D'autres méthodes de compensation ont été proposées dans [3], [5], [6] et [11].

Dans [3], en vu de déterminer le modèle de frottement, les auteurs utilisent des méthodes d'identification dans le domaine fréquentiel en incluant des termes de frottement statique, de Coulomb et visqueux ainsi que l'effet Stribeck. L'estimation des paramètres est obtenue par une ana-

lyse du cycle limite d'oscillation avec une boucle de retour en vitesse. Pour l'identification précise du frottement, une boucle de retour de vitesse avec un filtre Butterworth a été considérée. [5] utilise un réseau neuronal en addition avec un modèle de frottement. [11] a proposé un contrôleur de vitesse dual composé d'un contrôleur et d'un compensateur du couple de frottement dans le but de compenser le couple de frottement non-linéaire. Le compensateur du couple de frottement ajoute un couple additionnel correspondant au frottement non-linéaire du dispositif mécanique. En utilisant la même idée, [6] a proposé une technique de compensation d'un frottement dépendant de la position. Le modèle de frottement est déterminé par la mesure de la force statique pour chaque position.

Les chercheurs ont étudié et proposé des modèles de frottement statiques et dynamiques, mais pas pour des systèmes complexes où des forces externes exercent une influence sur les frottements. L'identification numérique des paramètres a été faite pour des systèmes simples avec des modèles classiques de frottement [10] (modèles de frottement statiques et/ou dynamiques comme ceux de Dahl, Lugre, Bliman-Sorine, Armstrong-Helouvry, Reset Integrator, Leuven).

Ce travail propose une comparaison entre trois modèles de frottement, un modèle non linéaire avec effet Stribeck et hystérésis, le modèle de Dahl et le modèle LuGre. La modélisation phénoménologique et le système étudié sont décrits dans le paragraphe II. Les paragraphes III et IV détaillent les modèles de frottement utilisés ainsi que la méthode d'identification. Ensuite, dans le paragraphe V, on estime les paramètres intervenant dans les trois modèles et on étudie la convergence de l'algorithme d'optimisation de type simplex. Le paragraphe VI rappelle les principaux résultats et en VII on propose des perspectives à ce travail.

## II. SYSTÈME MÉCANIQUE

Le banc d'essai est composé de deux moteurs synchrones à aimants permanents couplés à des codeurs incrémentaux et connectés à deux commandes de position intelligente à base de micro-contrôleurs EPOS 24/5 de Maxon Motor, de deux guidages linéaires (le premier entraîné par vis à billes, et le deuxième par vis-écrou compliant), d'une règle de mesure incrémentale et d'un ordinateur pour la commande et l'acquisition. La résolution des codeurs incrémentaux est de 500 impulsions/tour. La communication pour la programmation et le transfert des données entre les micro-contrôleurs et l'ordinateur est faite par une liaison série RS-232 à 115200 bauds.

Cette étude se concentre sur le micro-positionnement du mécanismes avec entraînement par vis à billes. Dans ce document, seul un des deux moteurs est utilisé. Les équations du comportement du sous-système mécanique (SSM) sont obtenues par le principe fondamental de la dynamique :

$$\tau_m = (J_m + J_v)\ddot{\theta}_m + C_m + \tau_f \quad (1)$$

$$\tau_f = R F_d \quad (2)$$

$$F_d = R K_l (\theta_m - \frac{1}{R} x_t) \quad (3)$$

$$F_d = M_t \ddot{x}_t + F_f(\ddot{x}_t, \dot{x}_t, x_t) \quad (4)$$

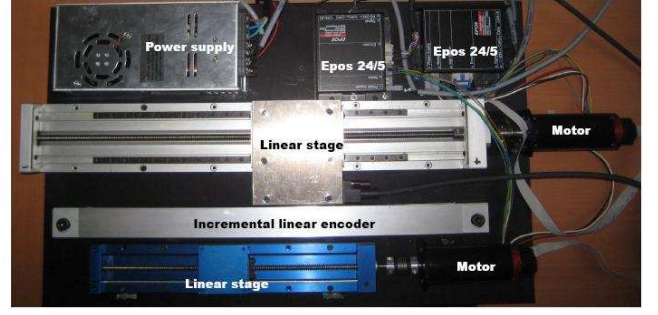


Fig. 1. Système expérimental

où  $\tau_m$  est le couple moteur,  $\tau_f$  est le couple exercé par l'écrou sur la vis,  $F_d$  est la force appliquée par l'écrou à la table,  $\theta_m$  est la position du rotor du moteur et  $x_t$  est la position linéaire de la table. La vitesse du rotor est notée  $\dot{\theta}_m$  et l'accélération  $\ddot{\theta}_m$ .  $J_m$  et  $J_v$  sont respectivement les inerties du rotor et de la vis.  $C_m$  est le couple de frottement coté moteur et vis et  $F_f(\ddot{x}_t, \dot{x}_t, x_t)$  est la force de frottement entre la table et le guidage.  $M_t$  est la masse de la table,  $p$  est le pas de la vis et  $K_l$  est le coefficient de raideur axiale. Le facteur de conversion du déplacement linéaire en rotation est représenté par un paramètre  $R$  calculé en fonction du pas de la vis  $p$  :

$$R = \frac{p}{2\pi} \quad (5)$$

La Fig. 2 montre le bloc diagramme du sous-système mécanique résultant des équations précédentes.

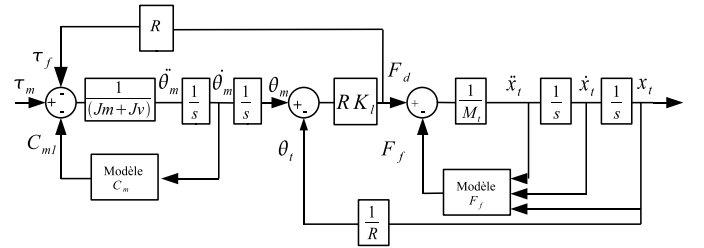


Fig. 2. Modèle du sous-système mécanique

## III. MODÈLES DE FROTTEMENT

Plusieurs études montrent que le frottement limite la précision des systèmes de positionnement et augmente leur instabilité. Pour la commande, un modèle de frottement simple est mieux adapté lorsqu'il a la possibilité de capturer les propriétés essentielles du frottement [20]. Dans [10], les modèles de frottement sont classifiés en deux catégories : des modèles de frottement statiques et des modèles de frottement dynamiques. Les modèles de frottement les plus simples tiennent compte des coefficients statique, de Coulomb et visqueux. Le frottement de Coulomb est souvent présent et s'oppose à la vitesse. L'amplitude de la force de Coulomb dépend de la force normale et des propriétés des surfaces. Le phénomène de lubrification (film d'huile) peut être considéré à la base de l'effet Stribeck. Le désavantage des modèles de frottement classiques est que se sont des modèles sans effet mémoire qui ne peuvent pas reproduire le phénomène de "stick-slip" que l'on trouve dans les modèles dynamiques [20]. Les modèles dynamiques traduisent le phénomène de pré-glissement, leur dépendance

à l'accélération et l'effet Stribeck à hystérésis. Le modèle de Dahl est un modèle dynamique simple qui ne peut pas prédire le phénomène de "stick-slip", ni l'effet Stribeck, mais ce modèle est souvent utilisé par les ingénieurs. Le modèle de LuGre est une extension du modèle de Dahl qui a la capacité de reproduire le mouvement de "stick-slip" ainsi que l'effet Stribeck [20].

Le phénomène de frottement dépend de la vitesse dans les cas les plus simples, par exemple pour un seul axe en rotation [1]. Quand le système est soumis à des charges externes, les charges agissent comme des perturbations qui modifient les paramètres du modèle. Le modèle de frottement doit alors être exprimé non seulement en fonction de la position et de la vitesse, mais également de l'accélération [9].

Comme vu précédemment, les frottements interviennent à deux endroits, l'un coté moteur et l'autre coté table. Dans les deux cas, on peut choisir entre différents modèles de frottement. Nous avons choisi dans ce travail le modèle coté moteur exprimé par (6) et le modèle coté table donné par (8).

Pour le coté moteur, le frottement de Coulomb est représenté par  $F_m$  et le frottement visqueux par  $B_m$ . Pour le coté table, le frottement de Coulomb est représenté par  $F_t$  et le frottement visqueux par  $B_t$ , l'effet Stribeck par les termes  $C_1$  et  $C_2$  avec  $V_s$  la vitesse limite de Stribeck. Dans ce second modèle, on considère un effet d'hystérésis en fonction de la croissance ou de la décroissance de la vitesse tel que représenté sur la Fig. 3. L'expression mathématique du frottement dépend de ce fait de l'accélération  $\ddot{\theta}_t$ , voir (8) à (10). L'équation (7) définit un angle de rotation fictif pour le déplacement linéaire de la table.

$$C_m = F_m \text{sign}(\dot{\theta}_m) + B_m \dot{\theta}_m \quad (6)$$

$$\theta_t = \frac{x_t}{R} \quad (7)$$

$$F_f = F_t \text{sign}(\dot{\theta}_t) + B_t \dot{\theta}_t + C_1 + C_2 \quad (8)$$

où

$$\begin{cases} \text{si } \ddot{\theta}_t > 0 & \text{alors } C_1 = C_{s1} \frac{(1+\text{sign}(\dot{\theta}_t))}{2} e^{-(\frac{\dot{\theta}_t}{V_s})^2} \\ \text{si } \ddot{\theta}_t \leq 0 & \text{alors } C_1 = 0 \end{cases} \quad (9)$$

$$\begin{cases} \text{si } \ddot{\theta}_t \geq 0 & \text{alors } C_2 = 0 \\ \text{si } \ddot{\theta}_t < 0 & \text{alors } C_2 = C_{s2} \frac{(1-\text{sign}(\dot{\theta}_t))}{2} e^{-(\frac{\dot{\theta}_t}{V_s})^2} \end{cases} \quad (10)$$

En prenant en compte les équations (1)-(4) et (6)-(10), le nombre de paramètres inconnus est donc réduit à 10.

D'autres modèles de frottement ont été choisis pour effectuer une comparaison avec le modèle précédent (6)-(10). Le modèle de frottement simple (6) est toujours considéré pour le coté moteur alors que pour le coté table, on va d'abord utiliser le modèle de Dahl puis le modèle de LuGre.

Le modèle de Dahl décrit le comportement du régime de pré-glisement et utilise la formule suivante [19] :

$$\frac{dF_f}{dx} = \sigma \left( 1 - \frac{F_f}{F_c} \text{sgn}(v) \right)^\alpha \quad (11)$$

où  $\alpha$  est le paramètre qui détermine la forme de la courbe contrainte-déformation,  $F_f$  est la force de frottement,  $\sigma$

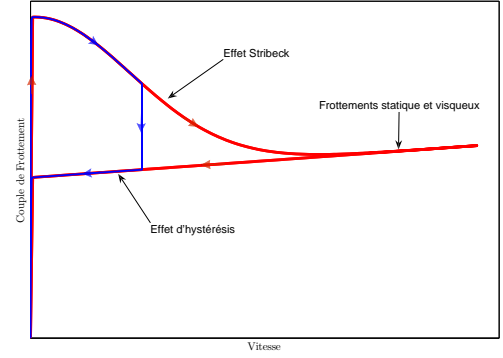


Fig. 3. Exemple de modèle de frottement avec hystérésis

la rigidité,  $F_c$  la force de Coulomb et  $v$  la vitesse de déplacement relative. Le modèle Dahl fait une approximation du frottement au pré-glisement qui traduit le comportement en hystérésis avec un effet mémoire non-locale [19].

Le modèle de LuGre est décrit par (12)-(15) et nécessite une variable d'état interne  $z$  et sept paramètres :  $\sigma_0$  le coefficient du frottement statique,  $\sigma_1$  le coefficient d'amortissement,  $\sigma_2$  le coefficient de frottement visqueux,  $V_s$ ,  $v_d$  les vitesses de Stribeck,  $\alpha_0$  le frottement de Coulomb et le terme  $(\alpha_0 + \alpha_1)$  représentant le frottement au démarrage.

$$\frac{dz}{dt} = v - \sigma_0 \frac{|v|}{g(v)} z \quad (12)$$

$$g(v) = \alpha_0 + \alpha_1 e^{-(\frac{v}{V_s})^2} \quad (13)$$

$$F_f = \sigma_0 z + \sigma_1(v) \frac{dz}{dt} + \sigma_2 v \quad (14)$$

L'amortissement  $\sigma_1$  est considéré décroissant dans la phase d'augmentation de la vitesse, [20].  $\sigma_1$  exprimé par (15) montre que les caractéristiques de l'amortissement changent avec l'augmentation de la vitesse  $v$  provenant des effets de la viscosité à l'interface [20].

$$\sigma_1(v) = \sigma_1 e^{-(\frac{v}{v_d})^2} \quad (15)$$

Le modèle de LuGre est un modèle dynamique bien adapté pour des micro-déplacements. Les équations (12) - (14) traduisent le décollage du frottement et le comportement en hystérésis en régime de pré-glisement [21].

#### IV. MÉTHODES D'IDENTIFICATION

L'identification des paramètres phénoménologiques est une technique basée sur des algorithmes et procédures qui utilisent un modèle physique du système et les données mesurées durant un cycle de fonctionnement excitant l'ensemble des termes du modèle. Les algorithmes sont classifiés en algorithmes non-récursifs qui traitent les entrées/sorties dans un intervalle de temps donné, et des algorithmes récursifs qui traitent les entrées/sorties à chaque nouvel instant d'acquisition [8].

Dans notre étude, l'acquisition de données est obtenue en utilisant une interface fournie par le micro-contrôleur avec

une période d'échantillonnage de  $5\text{ ms}$ , puis les données sont mémorisées.

Comme les mesures entrée-sortie sont bruitées [7], les signaux sont traités avec deux filtres appliqués successivement. Le premier utilise un filtre médian classique de troisième ordre et le deuxième un filtre passe-bas non causal symétrique. Les données mesurées sont les valeurs du courant  $I$  et de la position  $\theta_m$  du moteur.

Pour identifier les paramètres du servomécanisme à partir des équations (1)-(10), nous avons besoin de connaître les valeurs de la position, de la vitesse et de l'accélération du moteur. La vitesse et l'accélération sont donc calculées en utilisant un filtre dérivateur non-causal de deuxième ordre.

La Fig. 4 montre un schéma synthétique de l'algorithme d'identification utilisé. Le courant mesuré  $I$  est utilisé comme entrée du modèle de simulation. La constante de couple  $k_e = 45.5[\text{Nm/A}]$  est donnée par le constructeur du moteur à une température donnée. La durée des mesures étant très courte, on suppose que la température du moteur n'évolue pas et que cette valeur  $k_e$  est constante.

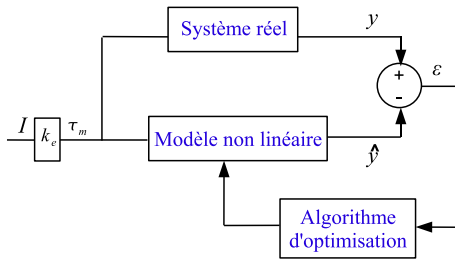


Fig. 4. Schéma de l'algorithme utilisé

Le modèle non linéaire décrit par les équations de comportement du système et des modèles de frottement est utilisé pour simuler le comportement de la sortie du modèle pour la même entrée de commande  $I$  mesurée sur le système expérimental. La sortie du modèle non linéaire  $y$  est la position estimée  $\hat{y}$  par simulation. Une méthode d'optimisation des coefficients des modèles est ensuite utilisée pour réduire la valeur du critère (16). La simulation est répétée jusqu'à ce que le critère  $\varepsilon_T$  soit proche de zéro.

Le critère (16) est donné de la norme de l'erreur de position  $\varepsilon$ .

$$\varepsilon_T = \|y - \hat{y}\| \quad (16)$$

On utilise la fonction *fmincon* de Matlab pour trouver le minimum du critère  $\varepsilon_T(\theta)$  qui dépend à chaque étape de la simulation du vecteur des paramètres du modèle. Le problème à résoudre peut être écrit sous la forme :  $\min_{\theta} \varepsilon_T(\theta)$ ,  $\theta_{\min} \leq \theta \leq \theta_{\max}$ . La condition initiale  $\theta_0$  est obtenue à partir de la méthode des moindres carrés appliquée aux équations (1) à (4) avec  $K_l$  infini. Les limites  $\theta_{\min}$  et  $\theta_{\max}$  de l'intervalle d'estimation des paramètres sont choisies après une suite d'essai de simulation. Une application de cette méthode à un système robotique simulé en boucle ouverte peut être trouvée dans [1]. Pour le système considéré, cette méthode est d'application difficile car le bruit de mesure sur  $I$ , l'entrée du modèle, est important et génère des instabilités dans la convergence du critère d'optimisation. C'est pourquoi nous proposons la méthode utilisant une simulation de la boucle fermée de position présentée dans le paragraphe suivant.

## V. IDENTIFICATION AVEC SIMULATION DU SYSTÈME EN BOUCLE FERMÉE

La Fig. 5 montre le modèle du système mécanique commandé en boucle fermée par le micro-contrôleur. La simulation est effectuée avec la même loi de commande de type PID numérique que celle implémentée sur le micro-contrôleur et modélisée à partir de l'algorithme fourni par le constructeur de la commande intelligente de position EPOS. Le fonctionnement des convertisseurs de puissance des trois phases du moteur et des boucles internes de contrôle des courants de phases n'a pas été détaillé dans ce travail. L'ensemble compris entre la sortie du régulateur PID numérique notée  $\hat{I}$  et le couple produit par le moteur est modélisé par une simple fonction de transfert du premier ordre. Le couple moteur est ainsi obtenu par  $\frac{k_e}{T_{ff}s+1} \hat{I}$ . En simulation, la position angulaire du moteur  $\theta_m$  est acquise à la période d'échantillonnage, avec une erreur de quantification  $\Delta\theta$  et mémorisée sous une valeur notée  $\theta_{mz}$ .

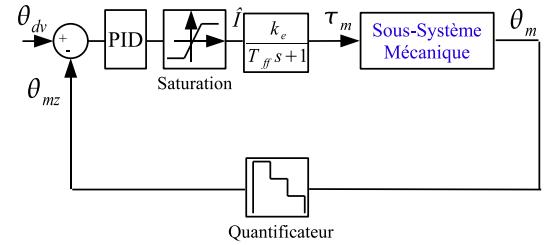


Fig. 5. Modèle de simulation en boucle fermée

La simulation permet donc de connaître pour un jeu de paramètres du modèle du système mécanique, l'évolution de toutes les grandeurs et en particulier celle du courant moteur simulé  $\hat{I}$ . Comme cette estimation du courant  $\hat{I}$  est plus sensible aux variations de paramètres que la position simulée, celle-ci est considérée dans un nouveau critère d'optimisation. Ce critère d'optimisation *MSE* (voir [7]) représente l'erreur quadratique normalisée du courant et est utilisé pour l'identification des paramètres donné par (17).

$$MSE = 100 \frac{(\|I - \hat{I}\|)^2}{(\|I - \text{mean}(I)\|)^2} \quad (17)$$

avec  $I$  la valeur du courant mesuré et  $\hat{I}$  la valeur du courant simulé.

Un *MSE* entre 1% et 5% indique une bonne identification [7] des paramètres et pour les valeurs plus petites que 1% on a une excellente identification.

Les mesures sont effectuées avec une consigne  $\theta_{dv}$  de forme trapézoïdale en vitesse. La Fig. 6 montre le courant mesuré (noir) et les courant estimés pour les trois modèles de frottement considérés. Les modèles de LuGre et proposé fournissent une valeur de faible erreur durant la phase de démarrage. Le modèle LuGre est par contre moins précis lors de la phase d'arrêt.

Sur la Fig.7, sont représentées les forces de frottement  $F_f$  au niveau de la table pour le modèle proposé, le modèle de Dahl et le modèle de LuGre. Les coefficients du modèle de frottement coté moteur sont bien sûr également identifiés et sont différents dans chacun des cas. La Fig.8 montre les

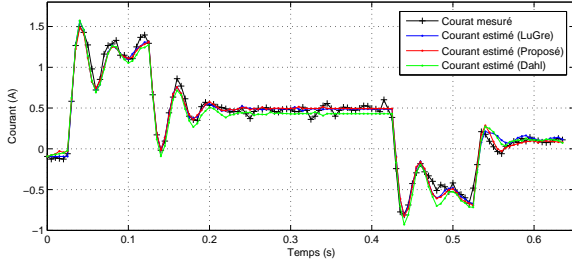


Fig. 6. Comparaison des courants

courbes obtenues pour la valeur minimale du critère dans chacun des trois cas de modèle de frottement.

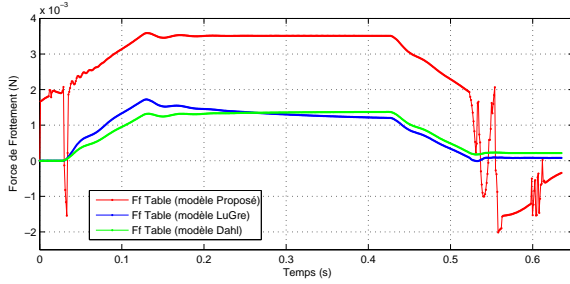


Fig. 7. Comparaison des forces de frottement

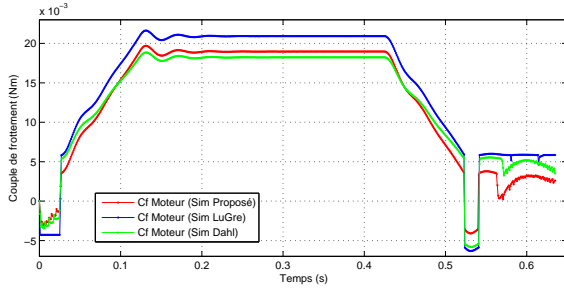


Fig. 8. Comparaison des couples de frottement

Sur la Fig. 9, les courbes montrent la convergence du critère en fonction du nombre de simulation effectuée. La Fig. 10 montre une validation croisée. On voit les courbes du courant mesuré provenant d'une nouvelle mesure (déplacement et vitesse plus faible) et le courant simulé avec les paramètres identifiés précédemment (voir tableau I, modèle proposé). On a également effectué une nouvelle optimisation pour obtenir le courant simulé en bleu.

## VI. RÉSULTATS ET COMMENTAIRES

Les valeurs numériques pour les trois modèles de frottement trouvées suite à l'optimisation figurent dans le tableau I.

La Fig. 6 indique une bonne similitude entre le courant mesuré et ceux estimés par simulation. La courbe avec le modèle est légèrement meilleure que les deux autres essentiellement dans la zone de freinage et d'arrêt. Le courant correspondant à la simulation du modèle de Dahl présente une erreur marquée dans la phase de vitesse constante.

Sur la Fig. 7 est représentée une comparaison entre les forces de frottement coté table pour les trois différents

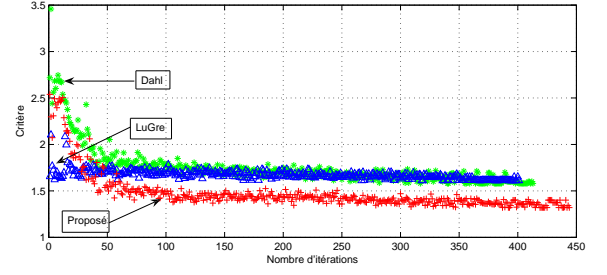


Fig. 9. Comparaison de la convergence du critère d'optimisation

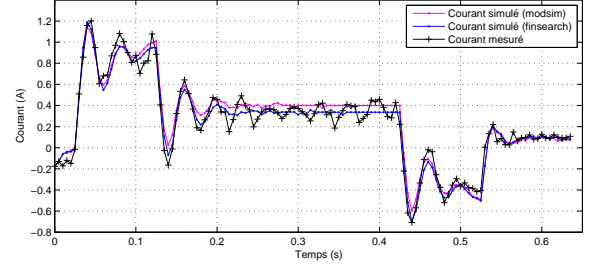


Fig. 10. Comparaison des courants (validation croisée)

modèles de frottement. On peut observer que la force de frottement est plus importante pour le modèle proposé que pour le modèle de Dahl et LuGre. On explique la différence entre la courbe du modèle proposé et celles de Dahl et LuGre comme un transfert de la force de frottement de la table vers le couple de frottement du moteur (voir figure 8). La simulation avec le modèle proposé fournit le critère le plus faible. Les itérations peuvent être poursuivies, mais le critère ne s'améliore plus.

Les expériences effectuées ont montré que les paramètres de frottement sont très sensibles aux vibrations, à la vitesse de glissement, à la température, à l'humidité ou bien aux poussières. Pour notre expérience, la vitesse relative de déplacement choisie est au environ de 40  $tr/s$ .

Le moment d'inertie  $J_T$  est la somme de l'inertie du moteur et de la vis. L'inertie du moteur indiquée dans le catalogue du constructeur est de  $1,01 \cdot 10^{-5} \text{ kg m}^2$ . La différence entre les deux valeurs nous donne l'inertie de la vis.

Les valeurs du frottement visqueux obtenues pour le coté moteur et le coté table sont respectivement de l'ordre de  $10^{-4} \text{ Nm s/rd}$  à  $10^{-6} \text{ N s/m}$ . Ces valeurs sont faibles mais ont une influence non négligeable sur les résultats de simulation. L'effet Stribeck est représenté par le terme  $C_{s1}$  et la vitesse de Stribeck par  $V_s$ . Les valeurs de  $V_s$  sont proches pour le modèle proposé et le modèle de LuGre.

Pour le modèle proposé l'erreur quadratique normalisée pour une période d'échantillonnage de 5 ms est  $MSE = 1,32\%$ . Ceci montre que nous avons obtenu une bonne identification des paramètres du modèle. Les résultats obtenus avec le modèle proposé sont légèrement mieux que pour les modèles de Dahl ( $MSE = 1,58\%$ ) et LuGre ( $MSE = 1,61\%$ ).

## VII. CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Cet article propose une méthode d'identification des paramètres d'un système mécanique, plus précisément le

TABLE I  
PARAMÈTRES ESTIMÉS POUR UN ÉCHANTILLONNAGE DE 5 ms

Modèle proposé défini par les équations (1) à (10)	
$J_T = 1,41 \cdot 10^{-5} \text{ kg m}^2$	$M_t = 419 \text{ g}$
$B_m = 0,61 \cdot 10^{-4} \text{ Nm s}$	$V_s = 0,51 \text{ rad/s}$
$F_m = 3,52 \cdot 10^{-3} \text{ Nm}$	$K_l = 3,32 \cdot 10^{-2} \text{ N/rd}$
$B_t = 6,34 \cdot 10^{-6} \text{ N s/m}$	$T_{ff} = 1,48 \cdot 10^{-5} \text{ s}$
$F_t = 6,03 \text{ N}$	
$C_{s1} = 2,32 \text{ N}$	$C_{s2} = 1,7 \text{ N}$
Modèle Lugre	
$J_T = 1,39 \cdot 10^{-5} \text{ kg m}^2$	$M_t = 503 \text{ g}$
$B_m = 0,6 \cdot 10^{-4} \text{ Nm s}$	$V_s = 0,43 \text{ rad/s}$
$F_m = 5,84 \cdot 10^{-3} \text{ Nm}$	$K_l = 2,51 \cdot 10^{-2} \text{ N/rd}$
$\sigma_2 = 4,12 \cdot 10^{-6} \text{ N s/m}$	$T_{ff} = 1,41 \cdot 10^{-5} \text{ s}$
$\alpha_0 = 8,58 \cdot 10^{-5} \text{ N}$	$\sigma_0 = 2,13 \cdot 10^{-6} \text{ N/m}$
$\alpha_1 = 7,89 \cdot 10^{-6} \text{ N}$	$\sigma_1 = 3,28 \cdot 10^{-6} \text{ N s/m}$
Modèle de Dahl	
$J_T = 1,45 \cdot 10^{-5} \text{ kg m}^2$	$M_t = 468 \text{ g}$
$B_m = 0,51 \cdot 10^{-4} \text{ Nm s}$	$K_l = 4,18 \cdot 10^{-2} \text{ N/rd}$
$F_m = 5,37 \cdot 10^{-3} \text{ Nm}$	$\alpha = 1,07$
$B_t = 6,34 \cdot 10^{-6} \text{ N s/m}$	$T_{ff} = 1,54 \cdot 10^{-5} \text{ s}$
$F_t = 6,03 \text{ N}$	$\sigma_0 = 0,1 \cdot 10^{-5} \text{ N s/m}$

modèle de frottement entre la table et les guidages linéaires dans le but d'obtenir une bonne précision du micro-positionnement d'un système avec transmission par vis à billes. Les paramètres de l'ensemble du modèle avec les termes de frottement sont identifiés par une méthode d'optimisation et une simulation du modèle non-linéaire de comportement du système mécanique. Le vecteur initial des paramètres est obtenu par une méthode des moindres carrés. La méthode d'optimisation minimise un critère d'erreur du modèle de comportement physique. La convergence est obtenue après 200 à 450 pas d'itération. La simulation en boucle fermée et les résultats expérimentaux montrent que l'erreur normalisée avec le modèle proposé de frottement est légèrement plus petite en comparaison des résultats avec les modèles de Dahl et LuGre. D'après la classification proposée par [7], on obtient une bonne précision d'identification avec les trois modèles. On remarque que le critère d'optimisation diminue plus rapidement pour le modèle proposé que dans les deux autres cas. De futurs travaux sont à mener pour déterminer les intervalles de confiance des paramètres estimés, pour étudier différents modèles de frottement sur le côté moteur et pour proposer une commande qui améliore la précision des systèmes de micro-positionnement linéaire.

## RÉFÉRENCES

[1] Abba G., Sardain P., Modeling of friction in the transmission elements of a robot axis for its identification, 16th IFAC

World Congress 2005, Prague, Czech Republic, July 4-8, Cd ROM 03808.pdf.

[2] Armstrong-Helouvry B., A survey of models, analysis tools and compensation methods for the control of machines with friction, *Automatica*, vol. 30 (7), pp. 1083-1138, 1994.

[3] Kim M.S., Chung S. C., Integrated design methodology of ball-screw driven servomechanisms with discrete controllers. Part 1 : Modelling and performance analysis, *Mechatronics*, vol. 16, pp. 491-502, 2006.

[4] Papadopoulos E.G., Chasparis G.C., Analysis and model-based control of servomechanism with friction, *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, Transactions of the ASME, vol. 126 (4), pp. 911-915, 2002.

[5] Ge S.S., Lee T.H., Ren S.X., Adaptive friction compensation of servomechanism, *International Journal of Systems Science*, vol. 32 (4), pp. 523-532, 2001.

[6] Huang P.Y., Chen Y.Y., Chen M.S., Position-dependent friction compensation for ball-screw table, *Proceedings of the 1998 IEEE International Conference on Control Application*, Trieste, Italy, 1-4 September 1998, pp. 863-867, 1998.

[7] Worden K., Wong C.X., Parltitz U., Hornstein A., Engster D., Tjahjowidodo T., Al-Bender F., Fassois S.D., Rizos D., Identification of pre-sliding and sliding friction, *Mechanical systems and signal Processing*, vol. 21 (1), pp. 514-534, 2006.

[8] Landau I.D., Besancon-Voda A., Identification des systèmes, Edition Hermès, Paris, 2001.

[9] Kuon T.S., Sul S.K., Nakamura H., Tsuruta K., Identification of the mechanical parameters for servo drive, *Industry Applications Conference*, 41st IAS Annual Meeting. Conference Record of the 2006, vol. 2, pp. 905-910, 2006.

[10] Olsson H., Astrom H.J., Canudas de Wit C., Gafvert M.P., Friction models and friction compensation, *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and System*, IROS'02, vol. 3, pp. 2109-2114, 2002.

[11] Lee D. H., Ahn J.W., Dual speed control scheme of servo drive system for a nonlinear friction compensation, *IEEE Transaction on Power Electronics*, vol. 23 (2), pp. 959-965, 2008.

[12] Kim M.S., Chung S.C., Friction identification of ball-screw driven servosystems through the limit cycle analysis, *Intelligent Robots and System, Mechatronics*, vol. 16, pp. 131-140, 2006.

[13] Ro P.I., Shim W., Jeong S., Robust friction compensation for submicrometer positioning and tracking for a ball-screw-driven slide system, *Precision Engineering*, vol. 24, pp. 160-173, 2000.

[14] Ying-Yu Tzou, Jeong S., Introduction to servo system design, Institute of Control Engineering, National Chiao Tung University, <http://pemclab.cn.nctu.edu.tw>, 1997.

[15] Al-Bender F., Swevers J., Characterization of friction force dynamics, Behaviour on modeling and macro scales, *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 28 (6), pp 64-81, December 2008.

[16] Harnoy A., Friedland B., Cohn S., Modeling and measuring friction effects, *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 28 (6), pp. 82-91, December 2008.

[17] Sato K., Trend of precision positioning technology, 18th International Congress of Mechanical Engineering, Proceedings of CO-BEM 2005, November 6-11, 2005, Ouro Preto, Brasilia.

[18] de Jager B., Improving the tracking performance of mechanical systems by adaptive extended friction compensation, *IFAC 12th Triennial World Congress*, Sydney, Australia, vol. 3, pp. 109-114, 1993.

[19] Stajik D., Peric N., Deur J., Friction compensation methods in position and speed control systems, *Proceedings of the IEEE International Symposium on Industrial Electronics*, Slovenia, vol. 3, pp. 1261-1266, 1999.

[20] Astrom K.J., Canudas de Wit C., Revisiting the LuGre friction model, Stick-slip motion and rate dependence, *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 28 (6), pp. 101-114, December 2008.

[21] Lampaert V., Swevers J., Al-bender F., Experimental comparison of different friction models accurate low-velocity tracking, *Proceeding of the 2004 American Control Conference*, Boston, Massachusetts, June 30-July 2, vol.2, pp. 1121-1126, 2004.