



### Science Arts & Métiers (SAM)

is an open access repository that collects the work of Arts et Métiers ParisTech researchers and makes it freely available over the web where possible.

This is an author-deposited version published in: <https://sam.ensam.eu>  
Handle ID: <http://hdl.handle.net/10985/10222>

#### To cite this version :

Guillaume ALTMAYER, Farid ABED-MERAIM, Tudor BALAN - Prédications de courbes limites de formage avec les critères de localisation de Marciniak-Kuczynski et de Hill - In: Colloque National Mécatat Aussois, France, 2008-01-28 - Colloque National Mécatat Aussois - 2008

Any correspondence concerning this service should be sent to the repository

Administrator : [archiveouverte@ensam.eu](mailto:archiveouverte@ensam.eu)



# PREDICTION DE COURBES LIMITES DE FORMAGE AVEC LES CRITERES DE LOCALISATION DE MARCINIAK-KUCZYNSKI ET DE HILL

G. Altmeyer, F. Abed-Meraim, T. Balan

Laboratoire de Physique et Mécanique des Matériaux LPMM UMR CNRS 7554

ENSAM CER de Metz

4, rue Augustin Fresnel

57 078 Metz Cedex 03

Téléphone : 03 87 37 54 30, Télécopie : 03 87 37 54 70

guillaume.altmeyer@metz.ensam.fr, farid.abed-meraim@metz.ensam.fr, tudor.balan@metz.ensam.fr

**Mots clés : mise en forme, localisation, courbes limites de formage.**

## 1. INTRODUCTION

Lors des opérations de mise en forme de structures minces, des phénomènes d'instabilité peuvent se produire. En emboutissage, ces instabilités peuvent se manifester sous différentes formes comme par exemple la striction ou encore la localisation des déformations plastiques sous forme de bandes de cisaillement. Toutes ces instabilités conduisent soit à des défauts lors des opérations de mise en forme, ce qui se traduit par la mise au rebut de pièces, soit à l'adoption de méthodes de dimensionnement trop conservatives. La maîtrise de critères de prédiction des instabilités est donc un enjeu majeur dans le domaine concurrentiel des industries de la mise en forme.

Depuis la seconde moitié du 20<sup>ème</sup> siècle, de nombreux travaux expérimentaux, théoriques ou numériques ont été menés afin de comprendre et prévoir ces phénomènes d'instabilité. Les travaux expérimentaux ont permis de déterminer le domaine de formabilité pour différentes classes de matériaux avec des Courbes Limites de Formage (CLF) (Keeler (1965), Goodwin (1968)). Différents travaux théoriques et numériques ont cherché à déterminer le domaine de formabilité tout en s'affranchissant des contraintes expérimentales. Parmi ces travaux, les principaux sont basés sur le principe de force maximum (Swift (1952), Hill (1952), Hora et al. (1996)), d'analyse de bifurcation (Hill (1958), Stören et Rice (1975), Rice (1976), Valanis (1989), Bigoni et Hueckel (1991)), d'analyse par la méthode de perturbation (Dudzinski et Molinari (1991), Benallal (1997), Keryvin (1999)) ou sur l'existence d'un défaut initial (Marciniak et Kuczyński (1967), Hutchinson et Neale (1978), Kuroda et Tvergaard (2000)).

Cet article porte sur l'étude des critères de Marciniak-Kuczyński ou M-K et de Hill. Un algorithme général du critère M-K, basé sur une méthode de résolution explicite, le modèle de Hill et un modèle de comportement phénoménologique sont présentés puis appliqués au tracé de courbes limites de formage.

## 2. FORMULATION DE LA LOI DE COMPORTEMENT ET DU CRITERE DE LOCALISATION

### 2.1 Modèle de comportement

La loi de comportement est basée sur une approche phénoménologique applicable à un modèle hypoélastique dans le cadre de l'élastoplasticité associée et indépendante du temps physique. Le modèle est constitué d'une loi d'élasticité, d'un critère de plasticité, d'une loi d'écoulement plastique et de lois d'évolution des variables internes décrivant l'écrouissage. Les équations de la cinématique et la loi d'écoulement plastique écrites en vitesse se traduisent par :

$$\mathbf{D} = \mathbf{D}^e + \mathbf{D}^p = \mathbf{D}^e + \dot{\lambda} \mathbf{V}$$

avec  $\mathbf{D}$ ,  $\mathbf{D}^e$ ,  $\mathbf{D}^p$ ,  $\dot{\lambda}$  et  $\mathbf{V}$  représentant respectivement les taux de déformation totale, de déformation élastique et de déformation plastique, le multiplicateur plastique et la direction de l'écoulement plastique. La condition de cohérence et les lois d'évolution des variables internes sont données par :

$$\dot{f}(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{y}_i) = 0$$

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{C} : \mathbf{D}^e = \mathbf{C} : (\mathbf{D} - \dot{\lambda} \mathbf{V})$$

$$\dot{\mathbf{y}}_i = \dot{\lambda} \mathbf{H}_{\mathbf{y}_i}$$

où  $f$  représente le critère de plasticité,  $\boldsymbol{\sigma}$  la contrainte de Cauchy et  $\mathbf{y}_i$  les variables internes.  $\mathbf{C}$  est le tenseur des modules d'élasticité isotrope, exprimé à partir du module de Young et du coefficient de Poisson. L'utilisation de la condition de cohérence permet d'écrire une relation entre le taux de contrainte et le taux de déformation :

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \left( \mathbf{C} - \frac{(\mathbf{C} : \mathbf{V}) \otimes (\mathbf{V} : \mathbf{C})}{\mathbf{V} : \mathbf{C} : \mathbf{V} - \sum_i \frac{\partial f}{\partial \mathbf{y}_i} : \mathbf{H}_{\mathbf{y}_i}} \right) : \mathbf{D} = \mathbf{L} : \mathbf{D}$$

où  $\mathbf{L}$  est le module tangent et  $\mathbf{V} = \partial f / \partial \boldsymbol{\sigma}$ .

## 2.2 Critères de localisation de Marciniak-Kuczyński et de Hill

Le principe de Marciniak-Kuczynski (Marciniak et Kuczyński (1967)) repose sur l'existence d'une bande représentant un défaut (zone B), typiquement un amincissement, dans une tôle homogène (zone A). Au cours du chargement, la déformation sera plus importante à l'intérieur de la bande qu'à l'extérieur. Lorsque la déformation se concentre dans la zone du défaut, la localisation est détectée en appliquant un critère d'arrêt reliant des grandeurs mécaniques des zones A et B. L'algorithme développé pour implanter le critère M-K repose sur une méthode explicite avec un chargement mixte en taux de déformation et taux de contrainte. Pour chaque trajet de chargement et tant que le critère de localisation n'est pas atteint, un incrément de chargement est appliqué sur la zone A. Un calcul élastoplastique permet de déterminer les propriétés mécaniques de la zone A. Le passage de la zone A à la zone B se fait en appliquant les conditions d'équilibre et de compatibilité entre les deux zones.

Un minimum d'hypothèses a été fait afin de pouvoir traiter une large gamme de comportement de matériaux et de trajets de chargement. Ces hypothèses concernent le chargement de la tôle et le passage de la zone A à la zone B. Le choix d'un chargement mixte en taux de contrainte et taux de déformation permet d'approcher les conditions de chargement appliquées lors de la détermination expérimentale de CLF. Elles permettent d'appliquer des incréments de déformation dans les directions principales de chargement sous des conditions de contraintes planes.

Dans le domaine du retreint, le critère de localisation de Hill (Hill (1952)) prévoit une possibilité d'apparition de bandes de localisation dans des fibres dont la déformation est momentanément stationnaire. De plus, il a été observé que les zones voisines de la bande de localisation cessent de se déformer lors de l'apparition de la bande. Une seconde condition sur la stationnarité du taux de contrainte dans la direction normale à la bande est nécessaire pour que la localisation se produise.

L'utilisation de cet algorithme permet de tracer des courbes limites de formage.

### 3. RESULTATS

Les paragraphes suivants présentent une application de la modélisation présentée pour le tracé des courbes limites de formage d'un alliage d'aluminium.

#### 3.1 Propriétés du matériau

Le comportement du matériau est modélisé par une loi hypoélastique avec un écrouissage isotrope suivant une loi de Swift et un critère de plasticité de type von Mises ou de type Hill'48 :

$$\dot{R} = nk(\varepsilon_0 + \bar{\varepsilon}_p)^{n-1} \dot{\lambda} = H_R \dot{\lambda}$$

où  $\bar{\varepsilon}_p$  est la déformation plastique cumulée,  $\varepsilon_0$ ,  $n$  et  $k$  des coefficients matériau représentant la limite d'élasticité initiale et la vitesse d'accroissement de la taille de la surface de charge.

$$\bar{\sigma}_{\text{von Mises}} = \sqrt{\frac{3}{2} \boldsymbol{\sigma}' : \boldsymbol{\sigma}'}$$

$$\bar{\sigma}_{\text{Hill'48}} = \sqrt{\boldsymbol{\sigma}' : \mathbf{M} : \boldsymbol{\sigma}'}$$

avec  $\bar{\sigma}_{\text{von Mises}}$ ,  $\bar{\sigma}_{\text{Hill'48}}$  les contraintes équivalentes des critères de von Mises et de Hill'48,  $\boldsymbol{\sigma}'$  la partie déviatorique du tenseur des contraintes et  $\mathbf{M}$  un tenseur d'ordre quatre pouvant s'exprimer en fonction des coefficients d'anisotropie de Lankford  $r_0$ ,  $r_{45}$  et  $r_{90}$ .

Les caractéristiques mécaniques de cet alliage sont données dans le tableau 1 :

E	v	n	k	$\varepsilon_0$	$r_0$	$r_{45}$	$r_{90}$
69,3 Gpa	0,33	0,4	580 Mpa	0,004	1	1,5	2

Tableau 1. Caractéristiques mécaniques de l'alliage considéré.

#### 3.2 Courbe Limite de Formage

Le modèle de comportement et le critère d'instabilité présentés permettent de tracer la courbe limite de formage pour l'alliage d'aluminium (figure 1). Sur cette figure, deux courbes sont tracées avec deux critères de plasticité différents : le critère isotrope de von Mises et le critère orthotrope de Hill quadratique.

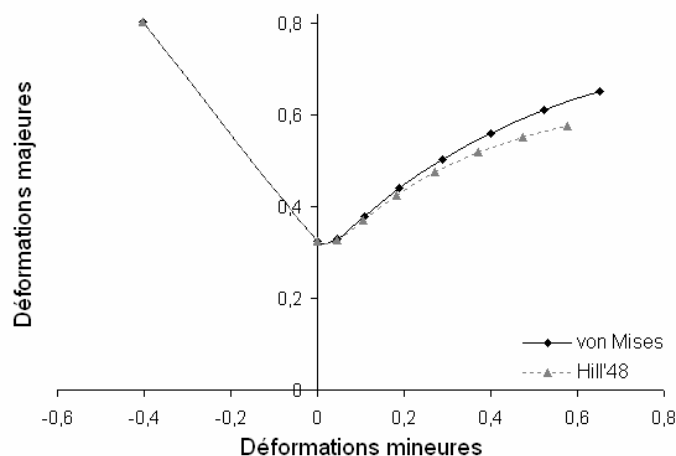


Figure 1. Courbe Limite de Formage de l'alliage considéré.

#### 4. CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Une démarche de modélisation du critère M-K, basée sur une méthode de résolution explicite, a été présentée. Elle permet le tracé de courbes limites de formage dans le domaine de l'expansion alors que le critère de localisation de Hill'52 a été utilisé dans le domaine du retrait. L'application de ce modèle sur un exemple simple permet de comparer les résultats obtenus avec des données de la littérature en vue de la validation de l'implantation.

L'intérêt de la démarche proposée est le faible nombre d'hypothèses simplificatrices, ce qui la rend générale et utilisable pour une large gamme de matériaux. Ainsi, il est prévu de réaliser le couplage entre le critère de localisation et des lois de comportement avancées, permettant de mieux reproduire le comportement des nouveaux matériaux utilisés dans les opérations d'emboutissage.

L'implantation d'autres critères de localisation cités en introduction devrait à terme permettre de comparer de manière numérique leur aptitude à prévoir des courbes limites de formage pour différents modèles de matériau et de comparer les résultats numériques à des données expérimentales de la littérature.

#### REFERENCES

- Benallal A., "A three-dimensional analysis of necking in sheets", in *Proceedings of IUTAM Symposium on Materials Instabilities in Solids*, eds. R. de Borst and E. van der Giessen, (1997), pp. 255-268.
- Bigoni D., Hueckel T., "Uniqueness and localization – associative and non associative elastoplasticity", *Int. J. Sol. Str.*, **28**, (1991), pp. 197-213.
- Dudzinski D., Molinari A., "Perturbation analysis of thermoplastic instabilities in biaxial loading", *Int. J. Sol. Str.*, **27**, 5, (1991), pp. 601-628.
- Goodwin G.M., "Application of strain analysis to sheet metal forming problems in the press shop", *Society of Automotive Engineers*, Technical paper No 680093, (1968).
- Hill R., "On discontinuous plastic states, with special reference to localized necking in thin sheets", *J. Mech. Phys. Sol.*, **1**, (1952), pp. 19-30.
- Hill R., "A general theory of uniqueness and stability in elastic-plastic solids", *J. Mech. Phys. Sol.*, **6**, (1958), pp. 236-249.
- Hora P., Tong L., Reissner J., "A prediction method of ductile sheet metal failure in FE simulation", in *Proceedings of Numisheet'96*, eds. Wagonner et al., (1996), pp. 252-256.
- Hutchinson J.W., Neale K.W., "Sheet Necking-I. Validity of plane stress assumption of the long-wave length approximation", in *Mechanics of Sheet Metal Forming*, eds. Koistinen and Wang, Plenum Press, New York, (1978), pp. 127-153.
- Keeler S.P., "Determination of forming limits in automotive stampings", *Sheet Met. Ind.*, **42**, (1965), pp. 683-691.
- Keryvin V., "Contribution à la modélisation de l'endommagement localisé", *Thèse de Doctorat*, Univ. Poitiers, (1999).
- Kuroda M., Tvergaard V., "Effect of strain path change on limits to ductility of anisotropic metal sheets", *Int. J. Mech. Sci.*, **42**, (2000), pp. 867-887.
- Marciniak Z., Kuczyński K., "Limit Strains in the Processes of Stretch-Forming Sheet Metal", *Int. J. Mech. Sci.*, **9**, (1967), pp. 609-620.
- Rice J.R., "The localization of plastic deformation", *Theoretical and applied Mechanics. 14<sup>th</sup> IUTAM Congress*, eds. Koiter, North-Holland, Amsterdam, (1976).
- Stören S., Rice J.R., "Localized necking in thin sheets", *J. Mech. Phys. Sol.*, **23**, (1975), pp. 421-441.
- Swift H.W., "Plastic instability under plane stress", *J. Mech. Phys. Sol.*, **1**, (1952), pp. 1-18.
- Valanis K.C., "Banding and stability in plastic materials", *Acta Mech.*, **79**, (1989), pp. 113-141.