



### Science Arts & Métiers (SAM)

is an open access repository that collects the work of Arts et Métiers Institute of Technology researchers and makes it freely available over the web where possible.

This is an author-deposited version published in: <https://sam.ensam.eu>  
Handle ID: <http://hdl.handle.net/10985/10376>

#### To cite this version :

Gérald FRANZ, Tarak BEN ZINEB, Marcel BERVEILLER, Xavier LEMOINE, Farid ABED-MERAIM - Détermination des diagrammes de perte d'ellipticité par une approche micromécanique  
- In: Colloque National Mécamat, France, 2006-01-23 - Colloque National Mécamat - 2006

Any correspondence concerning this service should be sent to the repository

Administrator : [scienceouverte@ensam.eu](mailto:scienceouverte@ensam.eu)



# DETERMINATION DES DIAGRAMMES DE PERTE D'ELLIPTICITE PAR UNE APPROCHE MICROMECHANIQUE

Gérald Franz, Farid Abed-Meraim, Tarak Ben Zineb, Marcel Berveiller

Laboratoire de Physique et Mécanique des Matériaux (LPMM) – UMR CNRS 7554

ENSAM 4 rue Augustin Fresnel

57078 METZ CEDEX 3

Téléphone : 03 87 37 54 30, Télécopie : 03 87 37 54 70

[gerald.franz@metz.ensam.fr](mailto:gerald.franz@metz.ensam.fr), [farid.abed-meraim@metz.ensam.fr](mailto:farid.abed-meraim@metz.ensam.fr), [tarak.benzineb@metz.ensam.fr](mailto:tarak.benzineb@metz.ensam.fr),

[marcel.berveiller@metz.ensam.fr](mailto:marcel.berveiller@metz.ensam.fr)

Xavier Lemoine

Centre Automobile Produit

Arcelor Research S.A. voie Romaine B.P. 30320

57283 MAIZIERES-LES-METZ

Téléphone : 03 87 70 47 22, Télécopie : 03 87 70 47 14

[xavier.lemoine@arcelor.com](mailto:xavier.lemoine@arcelor.com)

**Mots clés :** Courbe Limite de Formage ; Instabilités plastiques ; Plasticité cristalline

## 1. INTRODUCTION

La striction et la rupture au cours de l'opération d'emboutissage figurent parmi les principaux phénomènes limitant les déformations maximales admises par les métaux. Ces phénomènes sont liés à la microstructure des matériaux ainsi qu'aux conditions de sollicitation. Afin de caractériser l'aptitude au formage d'un matériau, et ce pour différents modes de déformations, Keeler (1965) et Goodwin (1968) ont introduit la notion de Courbe Limite de Formage (CLF).

L'inconvénient de cette représentation est sa forte dépendance au chemin de déformation, ce qui suppose qu'elle doit être déterminée pour chaque type de trajet de déformation. L'idée d'Arrieux (1982) fut de rechercher une représentation indépendante du trajet de chargement, ce qui donna naissance aux courbes limites de formage en contraintes.

Les diagrammes de perte d'ellipticité (PDE) représentés dans l'espace des déformations principales dans celui des contraintes principales à partir d'une approche micromécanique sont présentés dans ce poster. Ces diagrammes sont qualitativement similaires aux CLF mais beaucoup plus restrictifs. L'influence de certains paramètres sur le tracé de ces courbes est étudiée.

## 2. MODELISATION MICROMECHANIQUE DU COMPORTEMENT ELASTOPLASTIQUE

### 2.1 Loi de comportement monocristalline en grandes déformations

Le comportement du monocristal est supposé élastoplastique et la déformation plastique est

uniquement due au glissement cristallographique. Les matériaux étudiés (aciers) présentent un réseau cristallin cubique centré, les systèmes de glissement seront donc de la forme  $\langle 111 \rangle \{110\}$  et  $\langle 111 \rangle \{112\}$ .

Ce modèle est basé sur des travaux antérieurs menés notamment par Asaro (1983) et complétés par les avancées de ces dernières années (Hoc, 1999) concernant le comportement du monocristal. Il est développé par Lorrain et al. (2005) en adoptant une formulation en transformations finies et une approche nouvelle pour le calcul des taux de glissement.

La loi de comportement monocristalline relie le tenseur taux de contrainte nominale  $\dot{n}$  au tenseur gradient  $g$  de la vitesse par l'intermédiaire du module tangent  $l$  :

$$\dot{n} = l : g \quad (1)$$

Le gradient  $g$  de la vitesse peut se décomposer en une partie symétrique  $d$  correspondant au taux de déformation totale et une partie antisymétrique  $w$  correspondant au taux de rotation totale :

$$g = d + w \quad (2)$$

Ces deux tenseurs peuvent eux-mêmes se décomposer en une partie élastique et une partie plastique, cette dernière est exprimée en fonction de la vitesse de glissement  $\dot{\gamma}^g$  du système ( $g$ ), ainsi que des tenseurs de Schmid  $R^g$  et  $S^g$ , définis à l'aide du produit tensoriel de la direction de glissement  $\bar{m}$  avec la normale  $\bar{n}$  au plan de glissement :

$$\begin{aligned} d^p &= R^g \dot{\gamma}^g, R^g = \text{sym}(\bar{m} \otimes \bar{n}) \\ w^p &= S^g \dot{\gamma}^g, S^g = \text{antisym}(\bar{m} \otimes \bar{n}) \end{aligned} \quad (3)$$

Pour un système de glissement (g), on définit la cission résolue  $\tau^g$  ainsi que son évolution :

$$\tau^g = \sigma : R^g \quad \text{et} \quad \dot{\tau}^g = \hat{\sigma} : R^g \quad (4)$$

$\sigma$  est la contrainte de Cauchy et  $\hat{\sigma}$  sa dérivée corotationnelle par rapport au réseau cristallin.

La formulation classique de l'activité d'un système de glissement est donnée par :

$$\begin{cases} \dot{\gamma}^g = 0 & \text{si } \tau^g < \tau_c^g \\ \dot{\gamma}^g = 0 & \text{si } \tau^g = \tau_c^g \text{ et } \dot{\tau}^g < \dot{\tau}_c^g \\ \dot{\gamma}^g > 0 & \text{si } \tau^g = \tau_c^g \text{ et } \dot{\tau}^g = \dot{\tau}_c^g \end{cases} \quad (5)$$

$\tau_c^g$  est la cission critique du système de glissement (g) et  $\dot{\tau}_c^g$  représente son évolution.

La formulation classique de l'activité d'un système de glissement, exprimée à l'aide d'une formulation régularisée évitant l'analyse combinatoire coûteuse en temps de calcul, permet de retranscrire les relations (5):

$$\dot{\gamma}^g = k^g \dot{\tau}^g \quad (6)$$

$$k^g = \frac{1}{8H^{gg}} \left( 1 + th(k_0 \tau^g) \right) \left( 1 + th \left( k_1 \left( \frac{\tau^g}{\tau_c^g} - 1 \right) \right) \right) \left( 1 + th(k_2 \dot{\tau}^g) \right)$$

$\tau_c^g$  est la cission critique du système de glissement (g).

$H^{gg}$  est le terme d'auto-écrouissage et  $k_0, k_1, k_2$  sont des paramètres numériques fixés. En général,  $k_0$  et  $k_2$  valent 1 et  $k_1$  vaut 20.

Le glissement sur un système engendre généralement de l'écrouissage sur tous les systèmes de glissement, ce qui peut se traduire par une relation entre le taux de la cission critique sur un système de glissement (g) et la vitesse de glissement plastique de l'ensemble des systèmes actifs :

$$\dot{\tau}_c^g = H^{gh} \dot{\gamma}^h, \quad H^{gh} = \frac{\alpha \mu}{2} \frac{a^{gh} \left( \frac{1}{L^h} - 2y_c \rho^h \right)}{\sqrt{a^{gk} \rho^k}} \quad (7)$$

La matrice d'écrouissage  $H^{gh}$  est exprimée notamment en fonction du libre parcours moyen  $L^h$ , de la distance d'annihilation critique  $y_c$  et des densités des dislocations  $\rho^h$ . La matrice d'interaction est représentée par  $a^{gh}$ ,  $\mu$  est le module de cisaillement et  $\alpha$  est un paramètre obtenu en minimisant l'énergie libre de Gibbs d'une boucle de dislocation. Dans cette dernière équation, il n'y a pas de sommation au numérateur, par contre il y a une sommation implicite sur l'indice k au dénominateur.

En utilisant les équations précédentes et la relation qui existe entre le taux de contrainte nominale et celui de Cauchy on peut aboutir à l'expression du module tangent local :

$$l_{ijkl} = \left[ C_{ijkl} - \frac{1}{2} (\delta_{ik} \delta_{lm} + \delta_{jl} \delta_{km}) \sigma_{mj} + \frac{1}{2} (\delta_{jk} \delta_{lm} - \delta_{jl} \delta_{km}) \sigma_{mi} \right] - \left[ C_{ijpq} R_{pq}^g + S_{ip}^g \sigma_{pj} \right] M^{gh-1} k^h R_{mn}^h (C_{mnkl} - \sigma_{mn} \delta_{kl}) \quad (8)$$

La première partie de l'expression (8) peut s'interpréter comme la partie élastique du module tangent local où certains termes résultant des grandes déformations apparaissent. La seconde partie correspond à la partie plastique de ce module tangent.

## 2.2 Transition d'échelles : comportement polycristallin

Cette approche permet de traduire directement les effets de la microstructure et du comportement local sur le comportement global :

$$\dot{N} = L : G \quad (9)$$

Le modèle utilisé ici est un modèle auto-cohérent, développé au LPMM par Lipinski, Lorrain, Lemoine et Berveiller. Il a été tout d'abord développé par Kröner (1961) puis amélioré par Hill (1965) et bien d'autres.

Les grandeurs macroscopiques sont les moyennes volumiques des grandeurs microscopiques en termes de gradient de vitesse et de taux de contrainte nominale.

$$G = \overline{g(x)} \quad \dot{N} = \overline{\dot{n}(x)} \quad (10)$$

Le lien existant entre les grandeurs locales et macroscopiques est réalisé grâce à deux tenseurs de localisation A et B d'ordre 4, dépendant de la position du point x :

$$g(x) = A(x) : G \quad \dot{n}(x) = B(x) : \dot{N} \quad (11)$$

L'expression du module tangent macroscopique L est donnée par :

$$L = \overline{l(x) : A(x)} \quad (12)$$

## 3. CRITÈRE D'INSTABILITÉ PLASTIQUE

Le critère utilisé repose sur la théorie de la bifurcation développée par Rudnicki et Rice (1975). La localisation de la déformation est décrite comme une instabilité plastique particulière dans le processus de déformation et correspond à la possibilité d'une bifurcation conduisant ultérieurement à la création d'une bande de localisation.

Cette bifurcation provient d'une singularité au niveau de la loi de comportement. La localisation est donnée par la perte d'ellipticité du module tangent, à laquelle est associée la perte de continuité des champs mécaniques au niveau de la bande de localisation (Figure 1.)

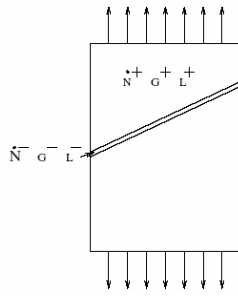


Figure 1. Bande de localisation de la déformation.

Le critère obtenu ne dépend que du module tangent élastoplastique macroscopique :

$$\det(v.Lv) = 0 \quad (13)$$

#### 4. RESULTATS : INFLUENCE DE DIFFERENTS PARAMETRES SUR LE TRACE DES DPE

Les simulations ont été réalisées sur un acier monophasé CC polycristallin anisotrope, constitué de 1000 orientations cristallographiques.

##### 4.1 Trajet de déformation

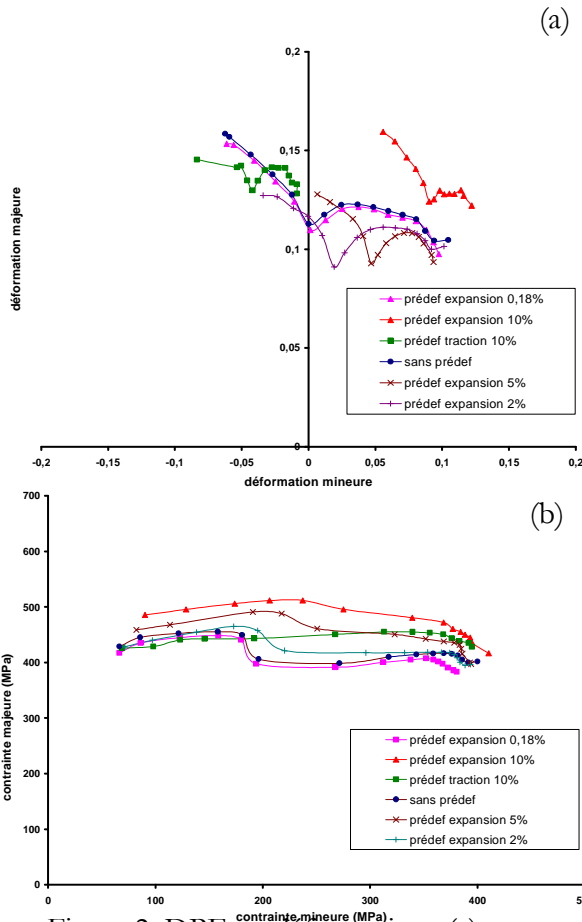


Figure 2. DPE en déformations (a) et en contraintes (b) pour différents trajets.

Les DPE, lorsqu'elles sont tracées dans le repère des déformations principales, sont très fortement dépendantes du trajet de déformation. Elles sont

décalées dans la direction de sollicitation (Figure 2.a).

Il est en revanche encore difficile de dire que les DPE que nous avons déterminées numériquement, représentées dans le plan des contraintes principales, sont totalement intrinsèques au chargement. Cependant, nous pouvons remarquer que ces courbes sont toutes situées dans une bande de 100 MPa de largeur (Figure 2.b).

##### 4.2 Influence de l'anisotropie initiale

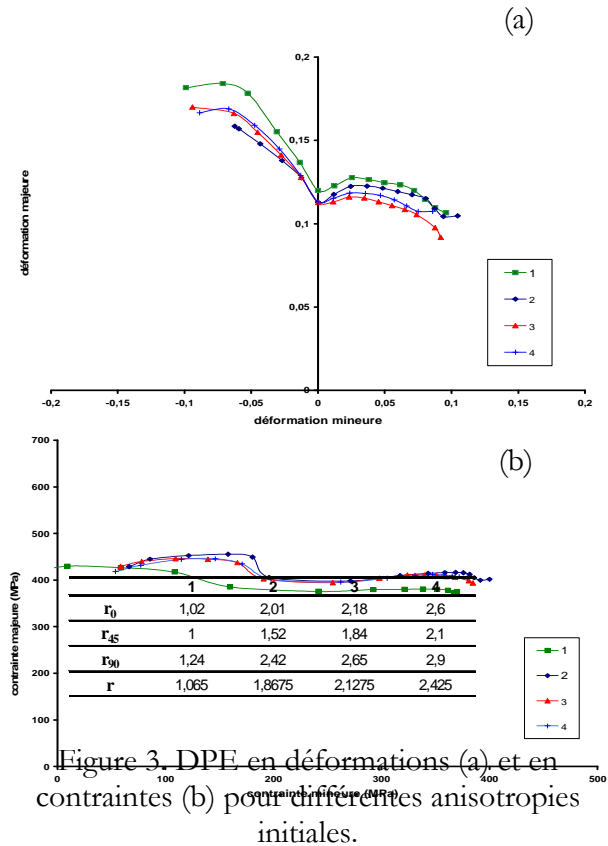


Figure 3. DPE en déformations (a) et en contraintes (b) pour différentes anisotropies initiales.

Nous pouvons remarquer que la formabilité semble être pénalisée quel que soit le domaine lorsque l'anisotropie du matériau est plus forte (Figure 3.a). Le tracé des DPE en contraintes ne permet pas de conclure sur une possible influence de l'anisotropie sur cette représentation car le même type de courbes que celles obtenues lorsque nous faisons varier les chemins de déformation est retrouvé (Figure 3.b).

##### 4.3 Direction de chargement par rapport au repère d'anisotropie de la tôle

Le caractère intrinsèque de la représentation des DPE en contraintes semble être valable dans le cas des trajets hors axes dans une direction donnée. Nous remarquons toutefois que cette représentation est sensible au décalage entre la

direction du laminage et la direction de chargement (Figure 4).

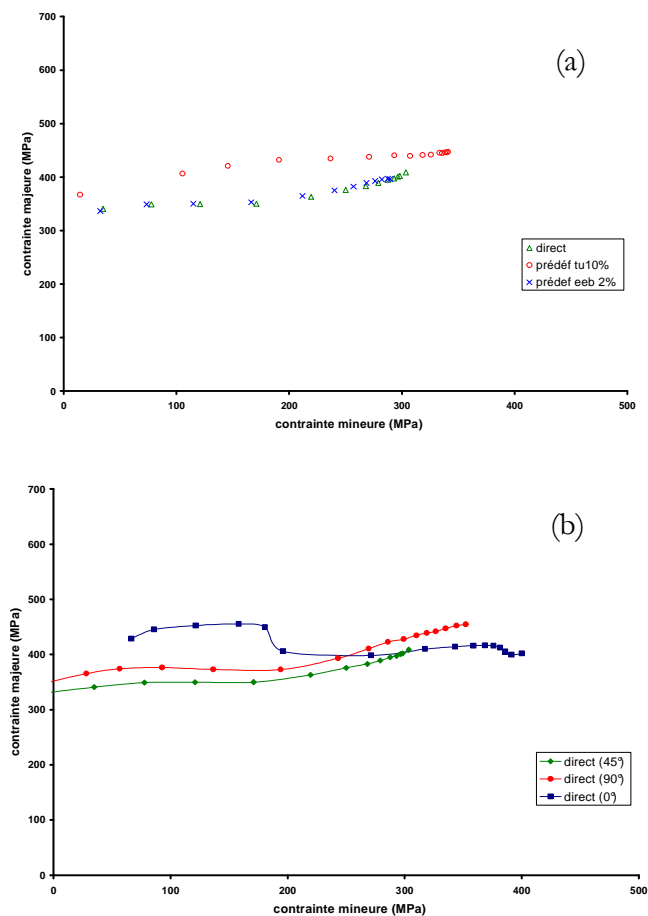


Figure 4. DPE en contraintes pour différents essais hors axes à 45°/DL (a) puis pour un essai direct dans différentes orientations (b).

## 5. DISCUSSION ET CONCLUSION

L'étude de l'influence de différents paramètres sur le tracé des DPE basé sur ce modèle permet d'aboutir à différents résultats probants.

L'influence du trajet de déformation a été correctement retrouvée pour la représentation dans le repère des déformations principales. Concernant le tracé en contraintes, le caractère parfaitement intrinsèque obtenu par Arrieux (1995) n'est que partiellement retrouvé. Cette différence peut provenir du fait que notre pente d'écrouissage est beaucoup plus forte que celle du matériau utilisé par Arrieux dans ses travaux.

Arrieux a également montré que ce caractère intrinsèque restait valable dans le cas des trajets hors axes dans une direction donnée. Par contre, cette représentation dépend de la direction du chargement par rapport au repère d'anisotropie de la tôle. Ces résultats sont retrouvés par notre modèle. Il est en revanche encore difficile de dire que les PDE que nous avons trouvées numériquement, représentées dans le plan des

contraintes principales, sont totalement intrinsèques au trajet de chargement.

L'approche développée permet de prédire la perte de ductilité d'un matériau en partant uniquement de valeurs de paramètres matériaux. Elle présente aussi l'avantage d'intégrer l'effet d'un trajet de chargement complexe sur cette perte de ductilité.

## REFERENCES

- Arrieux R., Bedrin C., Boivin M., "Determination of an intrinsic forming limit stress diagram for isotropic sheets", *Proc. Of the 12th International Deep Drawing Research Group Congress*, St Margherita Ligure, may 24-28, (1982)
- Arrieux R., "Determination and use of the forming limit stress diagrams", *J. Mater. Process. Tech.*, **53**, (1995), pp. 47-56.
- Asaro R. J., "Crystal plasticity", *Journal of Applied Mechanics*, **50**, (1983), pp. 921-934.
- Eshelby J. D., "The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion and related problems", *Proceeding Royal Society*, **A241**, (1957), p. 376.
- Goodwin G. M., "Application of strains analysis to sheet metal forming problems in the press shop", *SAE paper n° 650093*, (1968).
- Hill R., "Continuum micro-mechanics of elastoplastic polycrystals", *J. Mech. Phys. Solids*, **13**, (1965), pp. 89-101.
- Hoc T., "Etude expérimentale et numérique de la localisation lors de changements de trajets dans un acier doux", *Thèse de l'Ecole Centrale Paris*, (1999).
- Keeler S. P., "Determination of forming limits in automotive stampings", *SAE paper n° 650535*, (1965)
- Kröner E., "On the plastic deformation of polycrystals", *Acta Metall.*, **9**, (1961), pp. 155-165.
- Lorrain J. P., Ben Zineb T., Abed-Meraim F., Berveiller M., "Ductility loss modelling for BCC single crystals", *International Journal of Forming Process*, **8**, 2, (2005), pp.135-158.
- Rudnicki J. W., Rice J. R., "Condition for localization of deformation in pressure-sensitive dilatant materials", *J. Mech. Phys. Solids*, **23**, (1975), pp. 371-394.