



### **Science Arts & Métiers (SAM)**

is an open access repository that collects the work of Arts et Métiers ParisTech researchers and makes it freely available over the web where possible.

This is an author-deposited version published in: <https://sam.ensam.eu>  
Handle ID: <http://hdl.handle.net/10985/10435>

#### **To cite this version :**

Gérald FRANZ, Farid ABED-MERAIM, Tarak BEN ZINEB, Xavier LEMOINE, Marcel BERVEILLER - Strain localization analysis using a large strain self-consistent approach - 2007

Any correspondence concerning this service should be sent to the repository

Administrator : [archiveouverte@ensam.eu](mailto:archiveouverte@ensam.eu)



# STRAIN LOCALIZATION ANALYSIS USING A LARGE STRAIN SELF-CONSISTENT APPROACH

G.Franz<sup>1</sup>, F.Abed-Meraim<sup>1</sup>, T.Ben Zineb<sup>2</sup>, X.Lemoine<sup>3</sup>, M.Berveiller<sup>1</sup>  
 1 : LPMM CNRS UMR 7554 ENSAM CER de Metz, 4 rue Augustin Fresnel 57078 Metz Cedex 3  
 2 : LEMTA CNRS UMR 7563 ESSTIN - UHP, 2 Rue Jean Lamour 54519 Vandoeuvre-Lès-Nancy  
 3 : Centre Automobile Produit ARCELOR Research, S.A. Voie Romaine BP 30320 57283 Maizières-les-Metz

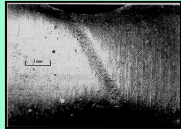
## Context of the study

### Mechanisms of ductility loss

#### Plastic mechanisms of ductility loss

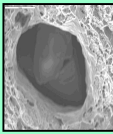


Structural origin:  
wrinkling, buckling

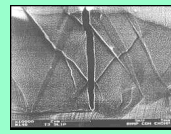


Material origin:  
localization, necking

#### Damage mechanisms of ductility loss



Cavitate

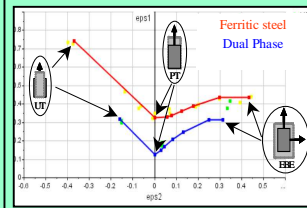


Failure

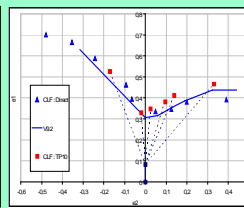
### Forming Limit Diagram (FLD)

- Forming limit of sheet metal = state at which a localized strain initiates during forming
- Ductility loss characterization using Forming Limit Diagram (FLD) developed first by Keeler (1963) and Goodwin (1968).
- Path-dependent representation

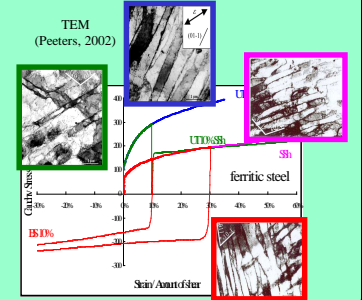
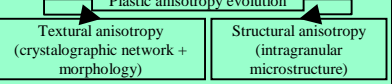
#### Metallurgy impact (texture, grain size, ...)



#### Strain path dependence



### Plastic anisotropy evolution



## Aims of the study

- Ductility loss prediction for various loading paths and sequential strain paths
- Optimization of microstructural properties for the sheet forming steels

Take metallurgy, mechanisms, microstructure and textures into account

Scales transitions tools, micromechanics of plasticity, localization and damage criteria, coupling with finites elements

Steel behaviour during sheet forming: hardening, complex loads, instabilities, anisotropy

- Three main step :
  - Single crystal modeling,
  - Scale transition,
  - Ductility loss criterion

## Single crystal modeling

### Mesoscopic scale – basic slip process

#### Assumptions

- Elastic-plastic behavior
- Large strains formulation
- Body-Centered Cubic (BCC)
- Plastic strains only due to slip processes (<110> slip direction family and {110}, {112} slip plane families)

Elasticity  $\sigma = C : (d - d^e) - \text{arccel}(d)$

Plasticity  $d^e = R^e \dot{\gamma}^s$

$\dot{\gamma}^s = \dot{\sigma} : R^s$

$w^p = S^s \dot{\gamma}^s$

$\dot{n} = l : g$

Elastic-plastic tangent modulus

$\mathbb{C}_{\text{tangent}} = \left[ \begin{array}{c} C_{\text{el}} - \frac{1}{2} (\delta_{ij} \sigma_{ij} + \delta_{ij} \sigma_{ij}) - \frac{1}{2} (\sigma_{ij} \delta_{ij} - \sigma_{ij} \delta_{ij}) \\ - [C_{\text{el}} R_{ij}^s + S_{ij}^s \sigma_{ij} - \sigma_{ij} S_{ij}^s] M_{ij} k^s R_{ij}^s (C_{\text{el}} - \sigma_{ij} \delta_{ij}) \\ \text{with } M^{ij} = (\delta^{ij} + k^s R_{ij}^s C_{\text{el}} R_{ij}^s)^{-1} \end{array} \right]$

$\mathbb{C}_{\text{tangent}} = \left[ \begin{array}{c} C_{\text{el}} - \frac{1}{2} (\delta_{ij} \sigma_{ij} + \delta_{ij} \sigma_{ij}) - \frac{1}{2} (\sigma_{ij} \delta_{ij} - \sigma_{ij} \delta_{ij}) \\ - [C_{\text{el}} R_{ij}^s + S_{ij}^s \sigma_{ij} - \sigma_{ij} S_{ij}^s] M_{ij} k^s R_{ij}^s (C_{\text{el}} - \sigma_{ij} \delta_{ij}) \\ \text{with } M^{ij} = (\delta^{ij} + k^s R_{ij}^s C_{\text{el}} R_{ij}^s)^{-1} \end{array} \right]$

$\mathbb{C}_{\text{tangent}} = \left[ \begin{array}{c} C_{\text{el}} - \frac{1}{2} (\delta_{ij} \sigma_{ij} + \delta_{ij} \sigma_{ij}) - \frac{1}{2} (\sigma_{ij} \delta_{ij} - \sigma_{ij} \delta_{ij}) \\ - [C_{\text{el}} R_{ij}^s + S_{ij}^s \sigma_{ij} - \sigma_{ij} S_{ij}^s] M_{ij} k^s R_{ij}^s (C_{\text{el}} - \sigma_{ij} \delta_{ij}) \\ \text{with } M^{ij} = (\delta^{ij} + k^s R_{ij}^s C_{\text{el}} R_{ij}^s)^{-1} \end{array} \right]$

$\mathbb{C}_{\text{tangent}} = \left[ \begin{array}{c} C_{\text{el}} - \frac{1}{2} (\delta_{ij} \sigma_{ij} + \delta_{ij} \sigma_{ij}) - \frac{1}{2} (\sigma_{ij} \delta_{ij} - \sigma_{ij} \delta_{ij}) \\ - [C_{\text{el}} R_{ij}^s + S_{ij}^s \sigma_{ij} - \sigma_{ij} S_{ij}^s] M_{ij} k^s R_{ij}^s (C_{\text{el}} - \sigma_{ij} \delta_{ij}) \\ \text{with } M^{ij} = (\delta^{ij} + k^s R_{ij}^s C_{\text{el}} R_{ij}^s)^{-1} \end{array} \right]$

$\mathbb{C}_{\text{tangent}} = \left[ \begin{array}{c} C_{\text{el}} - \frac{1}{2} (\delta_{ij} \sigma_{ij} + \delta_{ij} \sigma_{ij}) - \frac{1}{2} (\sigma_{ij} \delta_{ij} - \sigma_{ij} \delta_{ij}) \\ - [C_{\text{el}} R_{ij}^s + S_{ij}^s \sigma_{ij} - \sigma_{ij} S_{ij}^s] M_{ij} k^s R_{ij}^s (C_{\text{el}} - \sigma_{ij} \delta_{ij}) \\ \text{with } M^{ij} = (\delta^{ij} + k^s R_{ij}^s C_{\text{el}} R_{ij}^s)^{-1} \end{array} \right]$

$\mathbb{C}_{\text{tangent}} = \left[ \begin{array}{c} C_{\text{el}} - \frac{1}{2} (\delta_{ij} \sigma_{ij} + \delta_{ij} \sigma_{ij}) - \frac{1}{2} (\sigma_{ij} \delta_{ij} - \sigma_{ij} \delta_{ij}) \\ - [C_{\text{el}} R_{ij}^s + S_{ij}^s \sigma_{ij} - \sigma_{ij} S_{ij}^s] M_{ij} k^s R_{ij}^s (C_{\text{el}} - \sigma_{ij} \delta_{ij}) \\ \text{with } M^{ij} = (\delta^{ij} + k^s R_{ij}^s C_{\text{el}} R_{ij}^s)^{-1} \end{array} \right]$

$\mathbb{C}_{\text{tangent}} = \left[ \begin{array}{c} C_{\text{el}} - \frac{1}{2} (\delta_{ij} \sigma_{ij} + \delta_{ij} \sigma_{ij}) - \frac{1}{2} (\sigma_{ij} \delta_{ij} - \sigma_{ij} \delta_{ij}) \\ - [C_{\text{el}} R_{ij}^s + S_{ij}^s \sigma_{ij} - \sigma_{ij} S_{ij}^s] M_{ij} k^s R_{ij}^s (C_{\text{el}} - \sigma_{ij} \delta_{ij}) \\ \text{with } M^{ij} = (\delta^{ij} + k^s R_{ij}^s C_{\text{el}} R_{ij}^s)^{-1} \end{array} \right]$

$\mathbb{C}_{\text{tangent}} = \left[ \begin{array}{c} C_{\text{el}} - \frac{1}{2} (\delta_{ij} \sigma_{ij} + \delta_{ij} \sigma_{ij}) - \frac{1}{2} (\sigma_{ij} \delta_{ij} - \sigma_{ij} \delta_{ij}) \\ - [C_{\text{el}} R_{ij}^s + S_{ij}^s \sigma_{ij} - \sigma_{ij} S_{ij}^s] M_{ij} k^s R_{ij}^s (C_{\text{el}} - \sigma_{ij} \delta_{ij}) \\ \text{with } M^{ij} = (\delta^{ij} + k^s R_{ij}^s C_{\text{el}} R_{ij}^s)^{-1} \end{array} \right]$

$\mathbb{C}_{\text{tangent}} = \left[ \begin{array}{c} C_{\text{el}} - \frac{1}{2} (\delta_{ij} \sigma_{ij} + \delta_{ij} \sigma_{ij}) - \frac{1}{2} (\sigma_{ij} \delta_{ij} - \sigma_{ij} \delta_{ij}) \\ - [C_{\text{el}} R_{ij}^s + S_{ij}^s \sigma_{ij} - \sigma_{ij} S_{ij}^s] M_{ij} k^s R_{ij}^s (C_{\text{el}} - \sigma_{ij} \delta_{ij}) \\ \text{with } M^{ij} = (\delta^{ij} + k^s R_{ij}^s C_{\text{el}} R_{ij}^s)^{-1} \end{array} \right]$

$\mathbb{C}_{\text{tangent}} = \left[ \begin{array}{c} C_{\text{el}} - \frac{1}{2} (\delta_{ij} \sigma_{ij} + \delta_{ij} \sigma_{ij}) - \frac{1}{2} (\sigma_{ij} \delta_{ij} - \sigma_{ij} \delta_{ij}) \\ - [C_{\text{el}} R_{ij}^s + S_{ij}^s \sigma_{ij} - \sigma_{ij} S_{ij}^s] M_{ij} k^s R_{ij}^s (C_{\text{el}} - \sigma_{ij} \delta_{ij}) \\ \text{with } M^{ij} = (\delta^{ij} + k^s R_{ij}^s C_{\text{el}} R_{ij}^s)^{-1} \end{array} \right]$

$\mathbb{C}_{\text{tangent}} = \left[ \begin{array}{c} C_{\text{el}} - \frac{1}{2} (\delta_{ij} \sigma_{ij} + \delta_{ij} \sigma_{ij}) - \frac{1}{2} (\sigma_{ij} \delta_{ij} - \sigma_{ij} \delta_{ij}) \\ - [C_{\text{el}} R_{ij}^s + S_{ij}^s \sigma_{ij} - \sigma_{ij} S_{ij}^s] M_{ij} k^s R_{ij}^s (C_{\text{el}} - \sigma_{ij} \delta_{ij}) \\ \text{with } M^{ij} = (\delta^{ij} + k^s R_{ij}^s C_{\text{el}} R_{ij}^s)^{-1} \end{array} \right]$

$\mathbb{C}_{\text{tangent}} = \left[ \begin{array}{c} C_{\text{el}} - \frac{1}{2} (\delta_{ij} \sigma_{ij} + \delta_{ij} \sigma_{ij}) - \frac{1}{2} (\sigma_{ij} \delta_{ij} - \sigma_{ij} \delta_{ij}) \\ - [C_{\text{el}} R_{ij}^s + S_{ij}^s \sigma_{ij} - \sigma_{ij} S_{ij}^s] M_{ij} k^s R_{ij}^s (C_{\text{el}} - \sigma_{ij} \delta_{ij}) \\ \text{with } M^{ij} = (\delta^{ij} + k^s R_{ij}^s C_{\text{el}} R_{ij}^s)^{-1} \end{array} \right]$

$\mathbb{C}_{\text{tangent}} = \left[ \begin{array}{c} C_{\text{el}} - \frac{1}{2} (\delta_{ij} \sigma_{ij} + \delta_{ij} \sigma_{ij}) - \frac{1}{2} (\sigma_{ij} \delta_{ij} - \sigma_{ij} \delta_{ij}) \\ - [C_{\text{el}} R_{ij}^s + S_{ij}^s \sigma_{ij} - \sigma_{ij} S_{ij}^s] M_{ij} k^s R_{ij}^s (C_{\text{el}} - \sigma_{ij} \delta_{ij}) \\ \text{with } M^{ij} = (\delta^{ij} + k^s R_{ij}^s C_{\text{el}} R_{ij}^s)^{-1} \end{array} \right]$

$\mathbb{C}_{\text{tangent}} = \left[ \begin{array}{c} C_{\text{el}} - \frac{1}{2} (\delta_{ij} \sigma_{ij} + \delta_{ij} \sigma_{ij}) - \frac{1}{2} (\sigma_{ij} \delta_{ij} - \sigma_{ij} \delta_{ij}) \\ - [C_{\text{el}} R_{ij}^s + S_{ij}^s \sigma_{ij} - \sigma_{ij} S_{ij}^s] M_{ij} k^s R_{ij}^s (C_{\text{el}} - \sigma_{ij} \delta_{ij}) \\ \text{with } M^{ij} = (\delta^{ij} + k^s R_{ij}^s C_{\text{el}} R_{ij}^s)^{-1} \end{array} \right]$

$\mathbb{C}_{\text{tangent}} = \left[ \begin{array}{c} C_{\text{el}} - \frac{1}{2} (\delta_{ij} \sigma_{ij} + \delta_{ij} \sigma_{ij}) - \frac{1}{2} (\sigma_{ij} \delta_{ij} - \sigma_{ij} \delta_{ij}) \\ - [C_{\text{el}} R_{ij}^s + S_{ij}^s \sigma_{ij} - \sigma_{ij} S_{ij}^s] M_{ij} k^s R_{ij}^s (C_{\text{el}} - \sigma_{ij} \delta_{ij}) \\ \text{with } M^{ij} = (\delta^{ij} + k^s R_{ij}^s C_{\text{el}} R_{ij}^s)^{-1} \end{array} \right]$

$\mathbb{C}_{\text{tangent}} = \left[ \begin{array}{c} C_{\text{el}} - \frac{1}{2} (\delta_{ij} \sigma_{ij} + \delta_{ij} \sigma_{ij}) - \frac{1}{2} (\sigma_{ij} \delta_{ij} - \sigma_{ij} \delta_{ij}) \\ - [C_{\text{el}} R_{ij}^s + S_{ij}^s \sigma_{ij} - \sigma_{ij} S_{ij}^s] M_{ij} k^s R_{ij}^s (C_{\text{el}} - \sigma_{ij} \delta_{ij}) \\ \text{with } M^{ij} = (\delta^{ij} + k^s R_{ij}^s C_{\text{el}} R_{ij}^s)^{-1} \end{array} \right]$

$\mathbb{C}_{\text{tangent}} = \left[ \begin{array}{c} C_{\text{el}} - \frac{1}{2} (\delta_{ij} \sigma_{ij} + \delta_{ij} \sigma_{ij}) - \frac{1}{2} (\sigma_{ij} \delta_{ij} - \sigma_{ij} \delta_{ij}) \\ - [C_{\text{el}} R_{ij}^s + S_{ij}^s \sigma_{ij} - \sigma_{ij} S_{ij}^s] M_{ij} k^s R_{ij}^s (C_{\text{el}} - \sigma_{ij} \delta_{ij}) \\ \text{with } M^{ij} = (\delta^{ij} + k^s R_{ij}^s C_{\text{el}} R_{ij}^s)^{-1} \end{array} \right]$

$\mathbb{C}_{\text{tangent}} = \left[ \begin{array}{c} C_{\text{el}} - \frac{1}{2} (\delta_{ij} \sigma_{ij} + \delta_{ij} \sigma_{ij}) - \frac{1}{2} (\sigma_{ij} \delta_{ij} - \sigma_{ij} \delta_{ij}) \\ - [C_{\text{el}} R_{ij}^s + S_{ij}^s \sigma_{ij} - \sigma_{ij} S_{ij}^s] M_{ij} k^s R_{ij}^s (C_{\text{el}} - \sigma_{ij} \delta_{ij}) \\ \text{with } M^{ij} = (\delta^{ij} + k^s R_{ij}^s C_{\text{el}} R_{ij}^s)^{-1} \end{array} \right]$

$\mathbb{C}_{\text{tangent}} = \left[ \begin{array}{c} C_{\text{el}} - \frac{1}{2} (\delta_{ij} \sigma_{ij} + \delta_{ij} \sigma_{ij}) - \frac{1}{2} (\sigma_{ij} \delta_{ij} - \sigma_{ij} \delta_{ij}) \\ - [C_{\text{el}} R_{ij}^s + S_{ij}^s \sigma_{ij} - \sigma_{ij} S_{ij}^s] M_{ij} k^s R_{ij}^s (C_{\text{el}} - \sigma_{ij} \delta_{ij}) \\ \text{with } M^{ij} = (\delta^{ij} + k^s R_{ij}^s C_{\text{el}} R_{ij}^s)^{-1} \end{array} \right]$

$\mathbb{C}_{\text{tangent}} = \left[ \begin{array}{c} C_{\text{el}} - \frac{1}{2} (\delta_{ij} \sigma_{ij} + \delta_{ij} \sigma_{ij}) - \frac{1}{2} (\sigma_{ij} \delta_{ij} - \sigma_{ij} \delta_{ij}) \\ - [C_{\text{el}} R_{ij}^s + S_{ij}^s \sigma_{ij} - \sigma_{ij} S_{ij}^s] M_{ij} k^s R_{ij}^s (C_{\text{el}} - \sigma_{ij} \delta_{ij}) \\ \text{with } M^{ij} = (\delta^{ij} + k^s R_{ij}^s C_{\text{el}} R_{ij}^s)^{-1} \end{array} \right]$

$\mathbb{C}_{\text{tangent}} = \left[ \begin{array}{c} C_{\text{el}} - \frac{1}{2} (\delta_{ij} \sigma_{ij} + \delta_{ij} \sigma_{ij}) - \frac{1}{2} (\sigma_{ij} \delta_{ij} - \sigma_{ij} \delta_{ij}) \\ - [C_{\text{el}} R_{ij}^s + S_{ij}^s \sigma_{ij} - \sigma_{ij} S_{ij}^s] M_{ij} k^s R_{ij}^s (C_{\text{el}} - \sigma_{ij} \delta_{ij}) \\ \text{with } M^{ij} = (\delta^{ij} + k^s R_{ij}^s C_{\text{el}} R_{ij}^s)^{-1} \end{array} \right]$

$\mathbb{C}_{\text{tangent}} = \left[ \begin{array}{c} C_{\text{el}} - \frac{1}{2} (\delta_{ij} \sigma_{ij} + \delta_{ij} \sigma_{ij}) - \frac{1}{2} (\sigma_{ij} \delta_{ij} - \sigma_{ij} \delta_{ij}) \\ - [C_{\text{el}} R_{ij}^s + S_{ij}^s \sigma_{ij} - \sigma_{ij} S_{ij}^s] M_{ij} k^s R_{ij}^s (C_{\text{el}} - \sigma_{ij} \delta_{ij}) \\ \text{with } M^{ij} = (\delta^{ij} + k^s R_{ij}^s C_{\text{el}} R_{ij}^s)^{-1} \end{array} \right]$

$\mathbb{C}_{\text{tangent}} = \left[ \begin{array}{c} C_{\text{el}} - \frac{1}{2} (\delta_{ij} \sigma_{ij} + \delta_{ij} \sigma_{ij}) - \frac{1}{2} (\sigma_{ij} \delta_{ij} - \sigma_{ij} \delta_{ij}) \\ - [C_{\text{el}} R_{ij}^s + S_{ij}^s \sigma_{ij} - \sigma_{ij} S_{ij}^s] M_{ij} k^s R_{ij}^s (C_{\text{el}} - \sigma_{ij} \delta_{ij}) \\ \text{with } M^{ij} = (\delta^{ij} + k^s R_{ij}^s C_{\text{el}} R_{ij}^s)^{-1} \end{array} \right]$

$\mathbb{C}_{\text{tangent}} = \left[ \begin{array}{c} C_{\text{el}} - \frac{1}{2} (\delta_{ij} \sigma_{ij} + \delta_{ij} \sigma_{ij}) - \frac{1}{2} (\sigma_{ij} \delta_{ij} - \sigma_{ij} \delta_{ij}) \\ - [C_{\text{el}} R_{ij}^s + S_{ij}^s \sigma_{ij} - \sigma_{ij} S_{ij}^s] M_{ij} k^s R_{ij}^s (C_{\text{el}} - \sigma_{ij} \delta_{ij}) \\ \text{with } M^{ij} = (\delta^{ij} + k^s R_{ij}^s C_{\text{el}} R_{ij}^s)^{-1} \end{array} \right]$

$\mathbb{C}_{\text{tangent}} = \left[ \begin{array}{c} C_{\text{el}} - \frac{1}{2} (\delta_{ij} \sigma_{ij} + \delta_{ij} \sigma_{ij}) - \frac{1}{2} (\sigma_{ij} \delta_{ij} - \sigma_{ij} \delta_{ij}) \\ - [C_{\text{el}} R_{ij}^s + S_{ij}^s \sigma_{ij} - \sigma_{ij} S_{ij}^s] M_{ij} k^s R_{ij}^s (C_{\text{el}} - \sigma_{ij} \delta_{ij}) \\ \text{with } M^{ij} = (\delta^{ij} + k^s R_{ij}^s C_{\text{el}} R_{ij}^s)^{-1} \end{array} \right]$

$\mathbb{C}_{\text{tangent}} = \left[ \begin{array}{c} C_{\text{el}} - \frac{1}{2} (\delta_{ij} \sigma_{ij} + \delta_{ij} \sigma_{ij}) - \frac{1}{2} (\sigma_{ij} \delta_{ij} - \sigma_{ij} \delta_{ij}) \\ - [C_{\text{el}} R_{ij}^s + S_{ij}^s \sigma_{ij} - \sigma_{ij} S_{ij}^s] M_{ij} k^s R_{ij}^s (C_{\text{el}} - \sigma_{ij} \delta_{ij}) \\ \text{with } M^{ij} = (\delta^{ij} + k^s R_{ij}^s C_{\text{el}} R_{ij}^s)^{-1} \end{array} \right]$

$\mathbb{C}_{\text{tangent}} = \left[ \begin{array}{c} C_{\text{el}} - \frac{1}{2} (\delta_{ij} \sigma_{ij} + \delta_{ij} \sigma_{ij}) - \frac{1}{2} (\sigma_{ij} \delta_{ij} - \sigma_{ij} \delta_{ij}) \\ - [C_{\text{el}} R_{ij}^s + S_{ij}^s \sigma_{ij} - \sigma_{ij} S_{ij}^s] M_{ij} k^s R_{ij}^s (C_{\text{el}} - \sigma_{ij} \delta_{ij}) \\ \text{with } M^{ij} = (\delta^{ij} + k^s R_{ij}^s C_{\text{el}} R_{ij}^s)^{-1} \end{array} \right]$

$\mathbb{C}_{\text{tangent}} = \left[ \begin{array}{c} C_{\text{el}} - \frac{1}{2} (\delta_{ij} \sigma_{ij} + \delta_{ij} \sigma_{ij}) - \frac{1}{2} (\sigma_{ij} \delta_{ij} - \sigma_{ij} \delta_{ij}) \\ - [C_{\text{el}} R_{ij}^s + S_{ij}^s \sigma_{ij} - \sigma_{ij} S_{ij}^s] M_{ij} k^s R_{ij}^s (C_{\text{el}} - \sigma_{ij} \delta_{ij}) \\ \text{with } M^{ij} = (\delta^{ij} + k^s R_{ij}^s C_{\text{el}} R_{ij}^s)^{-1} \end{array} \right]$

$\mathbb{C}_{\text{tangent}} = \left[ \begin{array}{c} C_{\text{el}} - \frac{1}{2} (\delta_{ij} \sigma_{ij} + \delta_{ij} \sigma_{ij}) - \frac{1}{2} (\sigma_{ij} \delta_{ij} - \sigma_{ij} \delta_{ij}) \\ - [C_{\text{el}} R_{ij}^s + S_{ij}^s \sigma_{ij} - \sigma_{ij} S_{ij}^s] M_{ij} k^s R_{ij}^s (C_{\text{el}} - \sigma_{ij} \delta_{ij}) \\ \text{with } M^{ij} = (\delta^{ij} + k^s R_{ij}^s C_{\text{el}} R_{ij}^s)^{-1} \end{array} \right]$

$\mathbb{C}_{\text{tangent}} = \left[ \begin{array}{c} C_{\text{el}} - \frac{1}{2} (\delta_{ij} \sigma_{ij} + \delta_{ij} \sigma_{ij}) - \frac{1}{2} (\sigma_{ij} \delta_{ij} - \sigma_{ij} \delta_{ij}) \\ - [C_{\text{el}} R_{ij}^s + S_{ij}^s \sigma_{ij} - \sigma_{ij} S_{ij}^s] M_{ij} k^s R_{ij}^s (C_{\text{el}} - \sigma_{ij} \delta_{ij}) \\ \text{with } M^{ij} = (\delta^{ij} + k^s R_{ij}^s C_{\text{el}} R_{ij}^s)^{-1} \end{array} \right]$

$\mathbb{C}_{\text{tangent}} = \left[ \begin{array}{c} C_{\text{el}} - \frac{1}{2} (\delta_{ij} \sigma_{ij} + \delta_{ij} \sigma_{ij}) - \frac{1}{2} (\sigma_{ij} \delta_{ij} - \sigma_{ij} \delta_{ij}) \\ - [C_{\text{el}} R_{ij}^s + S_{ij}^s \sigma_{ij} - \sigma_{ij} S_{ij}^s] M_{ij} k^s R_{ij}^s (C_{\text{el}} - \sigma_{ij} \delta_{ij}) \\ \text{with } M^{ij} = (\delta^{ij} + k^s R_{ij}^s C_{\text{el}} R_{ij}^s)^{-1} \end{array} \right]$

$\mathbb{C}_{\text{tangent}} = \left[ \begin{array}{c} C_{\text{el}} - \frac{1}{2} (\delta_{ij} \sigma_{ij} + \delta_{ij} \sigma_{ij}) - \frac{1}{2} (\sigma_{ij} \delta_{ij} - \sigma_{ij} \delta_{ij}) \\ - [C_{\text{el}} R_{ij}^s + S_{ij}^s \sigma_{ij} - \sigma_{ij} S_{ij}^s] M_{ij} k^s R_{ij}^s (C_{\text{el}} - \sigma_{ij} \delta_{ij}) \\ \text{with } M^{ij} = (\delta^{ij} + k^s R_{ij}^s C_{\text{el}} R_{ij}^s)^{-1} \end{array} \right]$

$\mathbb{C}_{\text{tangent}} = \left[ \begin{array}{c} C_{\text{el}} - \frac{1}{2} (\delta_{ij} \sigma_{ij} + \delta_{ij} \sigma_{ij}) - \frac{1}{2} (\sigma_{ij} \delta_{ij} - \sigma_{ij} \delta_{ij}) \\ - [C_{\text{el}} R_{ij}^s + S_{ij}^s \sigma_{ij} - \sigma_{ij} S_{ij}^s] M_{ij} k^s R_{ij}^s (C_{\text{el}} - \sigma_{ij} \delta_{ij}) \\ \text{with } M^{ij} = (\delta^{ij} + k^s R_{ij}^s C_{\text{el}} R_{ij}^s)^{-1} \end{array} \right]$

### Microscopic scale – intragranular microstructure

- The statistically stored dislocations in the cell interior, as well as the cell boundary dislocations, are represented by a single local dislocation density  $\rho$

isotropic hardening

$$\tau_{cr}^{CB} = \alpha \mu b \sqrt{\rho}$$

- The local density of immobile dislocations stored in the wall  $\rho^{(WB)}$  associated with the {110} plane

$$\tau_{cr}^e = \tau_0 + (1 - f) \tau_{cr}^{CB} + f \sum_{i=1}^6 \tau_{cr}^{CB,i}$$

- The polarity dislocations density  $\rho^{(WP)}$  associated with the {110} plane

latent hardening

$$\tau_{cr}^{WP} = \alpha \mu b \sqrt{\rho^{(WP)}} \text{abs}(m_s \cdot n_s^p)$$

$$\tau_{cr}^e = \alpha \mu b \sqrt{\text{abs}(\rho_s^e) m_s \cdot n_s^p \text{sign}(\rho_s^e)}$$

## Scale transition

What is the link between local and global strain?

$$\dot{N}_{ij} = \frac{1}{V} \int_V \dot{n}_{ij} dV$$

$$G_{ij} = \frac{1}{V} \int_V g_{ij} dV$$

Fourth order localization tensors

$$\dot{n}_{ij} = B_{ijkl} \dot{N}_{kl}$$

$$g_{ij} = A_{ijkl} G_{kl}$$

Relation between A and B

$$A_{ijkl} = l_{ijmn}^{-1} B_{mnpq} l_{pqkl}^{eff}$$

## Microscopic validation

### TEM micrograph



Longitudinal plane view TEM micrograph in a grain with initial orientation (43.3°, 127.8°, -42.4°) after a reverse test of 30% simple shear with SD parallel RD and SPN parallel to TD [Nesterova et al., 2001]

### Intensity of dislocations walls

