



### **Science Arts & Métiers (SAM)**

is an open access repository that collects the work of Arts et Métiers Institute of Technology researchers and makes it freely available over the web where possible.

This is an author-deposited version published in: <https://sam.ensam.eu>  
Handle ID: <http://hdl.handle.net/10985/6604>

#### **To cite this version :**

Jean – Pierre LASSERRE, Marielle VARENNE – PELLEGRINI, Loc AUTHESSERRE, Vincent DESORMIERE, Jean-Christophe BATSALE - Identification de la diffusivité thermique d'un cylindre tournant soumis à un flux de chaleur localisé - 2007

Any correspondence concerning this service should be sent to the repository

Administrator : [scienceouverte@ensam.eu](mailto:scienceouverte@ensam.eu)



# Identification de la diffusivité thermique d'un cylindre tournant soumis à un flux de chaleur localisé

Jean - Christophe BATSALE<sup>1</sup>, Jean – Pierre LASSERRE<sup>2\*</sup>, Marielle VARENNE – PELLEGRINI<sup>2</sup>, Loïc AUTHESSERRE<sup>2</sup>, Vincent DESORMIERE<sup>2</sup>

<sup>1</sup> TREFLE – ENSAM, UMR 8508, Esplanade des Arts et Métiers, 33400 Talence

<sup>2</sup> CEA-CESTA, BP 2, 33114 Le BARP Cedex

\* (auteur correspondant : jeanpierre.lasserre@cea.fr)

**Résumé** – Cette étude concerne l'identification de la répartition spatiale d'un flux radiatif impulsif appliqué localement à la surface d'un cylindre en rotation. Le principe de l'expérience consiste à analyser la réponse en température du cylindre qui est mesurée par thermographie infrarouge. Une fois la vitesse de rotation du cylindre estimée, le modèle analytique utilisé permet d'identifier la diffusivité thermique du matériau, première étape pour identifier la condition limite initiale. Cette première étape est validée par comparaison avec une méthode de référence.

## Nomenclature

### Lettres latines

$a$  Diffusivité thermique,  $m^2.s^{-1}$

$b$  Largeur du flux absorbé,  $m$

$h$  Coefficient d'échange convecto-radiatif,  $W.m^{-2}.K^{-1}$

$H$  Fonction d'Heaviside

$p$  Variable de Laplace,  $s^{-1}$

$Q$  Densité d'énergie absorbée,  $J.m^{-2}$

$R$  Rayon du cylindre,  $m$

$t$  Temps (s)

$C_p$  Chaleur spécifique de l'échantillon,  $J.kg^{-1}.K^{-1}$

$e$  Epaisseur du cylindre,  $m$

$T$  Température,  $K$

$V$  Vitesse d'un point du cylindre

$x,y,z$  Variables spatiales,  $m$

### Symboles grecs

$\alpha_n$  Variable de Fourier,  $m^{-1}$

$\delta$  Distribution de Dirac

$\tau$  Température dans l'espace de Fourier

Masse volumique de l'échantillon,  
 $\rho$   $kg.m^{-3}$

$\theta$  Température dans l'espace de Laplace- Fourier

$\lambda$  Conductivité thermique,  $W.m^{-1}.K^{-1}$

## 1. Introduction

Cette étude concerne l'identification de la répartition spatiale d'un flux radiatif impulsif appliqué localement à la surface d'un cylindre en rotation. Le principe de l'expérience consiste à analyser la réponse en température du cylindre qui est mesurée par thermographie infrarouge. Moyennant certaines hypothèses, la rotation du cylindre permet d'avoir accès au champ de température à chaque période.

Dans un premier temps, la réponse en température du cylindre à une sollicitation impulsionnelle est traitée théoriquement par un modèle analytique. Le signal contient en particulier des informations relatives à la vitesse de rotation du cylindre (fréquence des pics) et à la diffusion de la chaleur dans la direction circonférentielle (amortissement des pics). Cette étude est limitée à l'étape préliminaire de l'identification de la vitesse de rotation du cylindre et de la diffusivité thermique du matériau le constituant [1]. Leur connaissance permettra ultérieurement d'identifier la distribution initiale de température qui est directement liée à la distribution spatiale du flux de chaleur appliqué au cylindre.

Dans un deuxième temps, nous présentons le dispositif de mesure et les précautions

expérimentales prises. A partir des résultats expérimentaux obtenus pour un cylindre d'acier nous présentons la méthode de traitement des données et d'estimation des paramètres. Afin de valider la méthodologie expérimentale et théorique proposée, la valeur de diffusivité identifiée est enfin comparée aux valeurs obtenues par une technique de mesure de référence.

## 2. Modèle analytique

L'épaisseur du cylindre  $e$  est suffisamment faible devant son rayon  $R$  pour considérer la diffusion de la chaleur dans un système cartésien d'extension infinie selon la direction  $z$ . Le dispositif expérimental est schématisé sur la *figure 1*, ainsi que le repère équivalent. Le champ de température en fonction des coordonnées spatiales et temporelles s'écrit de la façon suivante :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} - \frac{V}{a} \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1)$$

La sollicitation est de forme rectangulaire et de dimensions telles que le temps de diffusion de la chaleur selon  $z$  (environ 200s) est grand devant la durée de l'expérience (inférieur à 150 s). Ceci se traduit par l'absence de pertes sur les extrémités du cylindre. On peut donc considérer qu'il n'y a pas de perte d'énergie autre que les pertes convecto-radiatives à la surface du cylindre. A ce stade, nous nous affranchissons de la diffusion selon  $z$  en effectuant un moyennage de la température sur toute la hauteur du cylindre, ce qui permet d'assurer la conservation de l'énergie suivant cette direction. Les données issues de l'imageur infrarouge seront donc moyennées le long de la direction définie par la génératrice du cylindre. Sous ces hypothèses, le champ de température devient bidirectionnel et est défini par  $T(x, y, t)$ .

Des conditions de périodicité sont appliquées en  $x$  et en  $x+2\pi R$ , où  $R$  est le rayon du cylindre. Le flux appliqué au cylindre donne la condition limite suivante :

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial y}(x, y = 0, t) = Q(H(x) - H(x - b))\delta(t) \quad \text{pour } 0 < x < 2\pi R \quad (2)$$

Les conditions de périodicité sur la direction  $x$  permettent d'effectuer une transformation de Fourier exponentielle conduisant à l'expression suivante pour la température :

$$\tau(\alpha_n, y, t) = \int_0^{2\pi R} T(x, y, t) \exp(-j\alpha_n x) dx \quad \text{avec } \alpha_n = 2n\pi/2\pi R = n/R \quad (3)$$

Une transformation intégrale de Laplace est ensuite effectuée sur l'expression précédente de la température :

$$\theta(\alpha_n, y, p) = \int_0^{\infty} \tau(\alpha_n, y, t) \exp(-pt) dt \quad (4)$$

Une double intégration par partie de l'équation de diffusion de la chaleur, en prenant en compte les conditions aux limites et de périodicité conduit à :

$$\frac{d^2 \theta}{dy^2} - \alpha_n^2 \theta - j\alpha_n \frac{V}{a} \theta = \frac{p}{a} \theta \quad (5)$$

avec les conditions aux limites

$$\phi(\alpha_n, y=0, p) = -\lambda \frac{d\theta}{dy}(\alpha_n, y=0, p) = \frac{Q(1 - \exp(-j\alpha_n b))}{j\alpha_n} \quad (6)$$

$$\frac{d\theta}{dy}(\alpha_n, y=e, p) = 0 \quad (\text{condition d'adiabaticité}) \quad (7)$$

Une modélisation par la méthode des quadripôles permet de relier la température des faces externe et interne du cylindre au flux incident :

$$\begin{bmatrix} \theta(\alpha_n, 0, p) \\ Q(1 - \exp(-j\alpha_n b)) / j\alpha_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta(\alpha_n, e, p) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\text{avec } A = \cosh\left(e\sqrt{\alpha_n^2 + \frac{j\alpha_n V}{a} + \frac{p}{a}}\right) = D \quad (9)$$

$$B = \sinh\left(e\sqrt{\alpha_n^2 + \frac{j\alpha_n V}{a} + \frac{p}{a}}\right) / \left(\lambda\sqrt{\alpha_n^2 + \frac{j\alpha_n V}{a} + \frac{p}{a}}\right) \quad (10)$$

$$C = \left(\lambda\sqrt{\alpha_n^2 + \frac{j\alpha_n V}{a} + \frac{p}{a}}\right) \sinh\left(e\sqrt{\alpha_n^2 + \frac{j\alpha_n V}{a} + \frac{p}{a}}\right) \quad (11)$$

Les pertes convecto-radiatives sont négligées car les élévations de température et la vitesse de rotation du cylindre restent modérées (cette hypothèse sera vérifiée a posteriori). Le retour dans l'espace réel par transformée inverse de Fourier et de Laplace conduit à l'expression suivante pour la température :

$$T(x, 0, t) = \frac{Q}{\rho C e} \left( \sum_{-\infty}^{\infty} \frac{(1 - \exp(-j\alpha_n b))}{j\alpha_n} \exp(j\alpha_n x - j\alpha_n V t - a\alpha_n^2 t) \right) \quad (12)$$

Nous pouvons noter ici que deux phénomènes ont été séparés. Tout d'abord, la diffusion suivant  $y$  qui se retrouve dans le premier terme de l'expression ci-dessus ; et ensuite le dernier terme en exponentiel qui exprime la périodicité du signal dû à la rotation du cylindre ainsi que la diffusion selon  $x$ .

Une illustration du résultat donné par le modèle direct est donnée en *Figure 4*. Cette modélisation nous a permis de valider théoriquement la méthode d'estimation du paramètre diffusivité thermique.

### 3. Dispositif expérimental et traitement des données

#### 3.1. Présentation du dispositif expérimental

Le principe de l'expérience et le dispositif expérimental utilisé sont indiqués sur les *figures 1 et 2*. La source est une lampe flash qui délivre une énergie de 6400 J en environ 4 ms. Un masque isolant, interposé entre la source et le cylindre tournant, permet de générer une densité de flux d'environ 20 MW/m<sup>2</sup> sur une zone du cylindre de 3 cm \* 2 cm. On prend le maximum de précautions expérimentales pour s'affranchir des sources de rayonnement parasites : rayonnement résiduel de la lampe et réflexions multiples. La rotation du cylindre est assurée par un moteur MICROCONTROLE programmé pour une fréquence de rotation d'environ 1.3 Hz.

La caméra infrarouge utilisée est une caméra matricielle CEDIP JADE dotée de détecteurs InSb de plage spectrale [2.9, 5.1]  $\mu\text{m}$ . Afin de ne pas la soumettre au flux parasite généré au moment du flash, elle est positionnée à  $180^\circ$  par rapport à la position initiale de la zone irradiée (*Figure 2*). La résolution spatiale est de 0.16 mm.

Le cylindre testé (80 mm de diamètre et de hauteur ; 1,2 mm d'épaisseur) est en acier inox (diffusivité thermique de  $4,13 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ ). Pour absorber l'énergie de la source, il est revêtu au préalable d'une peinture noire d'émissivité 0.92. Un exemple des images acquises à une fréquence de 150 Hz est représenté sur la *figure 3* pour deux instants différents. Il met en évidence la diffusion de la chaleur dans le cylindre.

### 3.2. Traitement des données

La température est traitée comme la valeur moyenne des données sur une génératrice du cylindre, ou une colonne de pixels (voir *Figure 3*). L'évolution temporelle de cette température est illustrée sur la *figure 5*. Elle est directement comparable au résultat théorique (*Figure 4*), bien que la ligne de base évolue, contrairement à ce que montre le modèle. Cet effet est dû à l'environnement thermique radiatif de l'expérience, modifié suite au flash, et qui ne peut donc pas faire l'objet d'une calibration avant essai. Ce gain d'énergie est difficilement modélisable. Pour le prendre en compte, la méthodologie employée consiste à estimer une fonction représentative de l'évolution de la ligne de base, puis de la soustraire au signal brut expérimental.

Les études de sensibilité antérieures [1] ont montré la nécessité d'identifier la fréquence de rotation du cylindre avec précision. L'estimation de cette fréquence est effectuée en deux temps. Une première estimation est tout d'abord réalisée par une analyse de Fourier (Densité Spectrale de Puissance) du signal puis une recherche des maxima des pics est effectuée. Cette méthode, validée théoriquement pour une fréquence de rotation de 1.3 Hz, conduit à une précision de 0.01 Hz déduite du calcul de l'écart type.

L'étape suivante consiste à passer de l'évolution temporelle de température d'une génératrice (*Figure 5*) à une cartographie de température du cylindre tous les  $0.5 + n$  tours,  $n$  étant entier (*Figure 6*). L'hypothèse faite ici est que la chaleur ne diffuse pas pendant un tour mais qu'elle diffuse d'un tour à l'autre. Cette hypothèse est vérifiée théoriquement pour la fréquence de 1.3 Hz prise pour l'expérience. Les pics successifs sont superposés en se basant sur l'estimation de la fréquence de rotation faite en début de traitement (*Figure 6*). Chaque « pic » correspond alors à un pas de temps.

## 4. Identification de la diffusivité thermique

La diffusion de la chaleur « érode » le signal entre chaque pic (voir *Figure 6*), et la transformée de Fourier temporelle d'un tel signal s'écrit :

$$\theta(\alpha_n, t) = \sum_{i=1}^{N_{pix}} T(i, t) \exp(jn\pi i / N_{pix}) \quad (13)$$

où  $T(i, t)$  est la valeur de la température du pixel  $i$  à l'instant  $t$ . L'expression de  $\theta$  linéarisée au premier ordre est la suivante :

$$\theta(\alpha_n, t_1) = \theta(\alpha_n, t_2) \exp(-a\alpha_n^2 \cdot (t_1 - t_2)) \quad (14)$$

L'expression de la diffusivité thermique est alors simplement déduite de l'expression suivante [2] :

$$\ln(\theta(\alpha_n, t_1)/\theta(\alpha_n, t_2)) = -a\alpha_n^2 \cdot (t_1 - t_2) \quad (15)$$

dans laquelle  $-a\alpha_n^2$  est le coefficient directeur d'une droite en fonction du nombre de périodes temporelles, pour chaque période spatiale  $\alpha_n$ .

La figure 7 illustre les quatre premières périodes spatiales, sur un signal expérimental dont la ligne de base a été corrigée. La diffusivité thermique estimée pour ce cylindre d'acier inox montre un écart de seulement 5% par rapport aux données de la littérature obtenues par la méthode flash [3]. Cet écart est suffisamment faible pour justifier le fait de négliger les pertes (voir paragraphe 3.2).

## 5. Conclusion

Les résultats obtenus dans ce travail montrent que la mesure du champ de température par thermographie infrarouge d'un cylindre tournant soumis à un flux intense localisé permet d'identifier avec précision la vitesse de rotation du cylindre et la diffusivité thermique du matériau le constituant. Cette étude peut être étendue à l'étude d'un matériau bicouche dans lequel les propriétés du revêtement sont à identifier [4].

La prochaine étape de cette étude consistera à identifier la distribution initiale de température qui est directement liée à la distribution spatiale du flux de chaleur. Le modèle pourra alors être étendu, pour prendre en compte la diffusion selon z. Cette méthode pourra être alors mise à profit pour identifier les conditions limites en flux appliquées sur des objets de révolution avec des moyens d'essais de type radiatif ou convectif [5], [6], [7].

## Références

- [1] I. Philippi, J.-C. Batsale, D. Mailet, A. Degiovanni, Mesure de diffusivité thermique par méthode flash - Application à la caractérisation de plaque en mouvement, *Proc. 1994 Congrès SFT*, Editions Européennes Thermiques et Industrie, pp. 493 – 498
- [2] I. Philippi, J.-C. Batsale, D. Mailet, A. Degiovanni, Measurement of thermal diffusivity through processing of infrared images, *Rev. Sci. Instrum.*, 66-1 (1995), 182-192.
- [3] B. Hay, J.-R. Filtz, J.-C. Batsale, Mesure de diffusivité thermique par méthode flash, *Techniques de l'Ingénieur*, Traité Mesures et Contrôles, R2955.
- [4] D. Mailet, S. André, J.-C. Batsale, A. Degiovanni, C. Moyne, *Thermal quadrupoles – Solving the heat equation through integral transforms*, J. Wiley Editor, Chichester, chap. 5 (2000).
- [5] J. Pavie, F. Gault, F. Oelhoffen, L. Puigsegur, DIRAC : a new exo-atmospheric simulator and IR imaging facility, *10<sup>th</sup> ISMSE & 8<sup>th</sup> ICPMSE* (Collioure, 19-23 juin 2006), ESA SP-616, sept. 2006
- [6] J.-P. Lasserre, High heat flux CEA/CESTA/ facilities, *International Workshop on Thermophysical Properties* (Paris, 16-17 oct.2006), proceedings à paraître.
- [7] S. Löhle & al., Fast heat flux estimation using a non-stationary device together with novel evaluation methods, *1<sup>st</sup> International ARA Days*, (Arcachon, 3-5 juil. 2006), proceedings à paraître

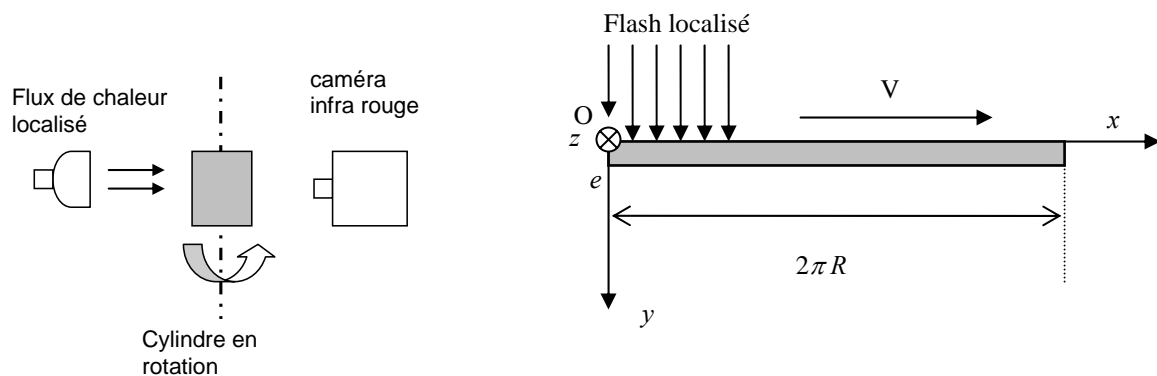


Figure 1 : Schéma du dispositif expérimental et modèle 2D associé

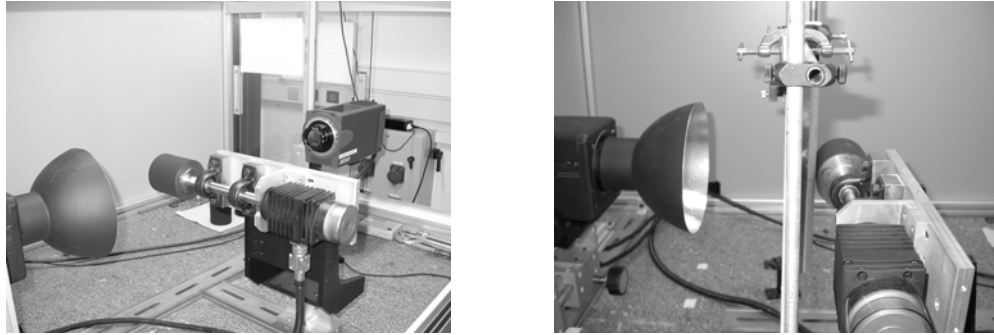


Figure 2 : Dispositif expérimental

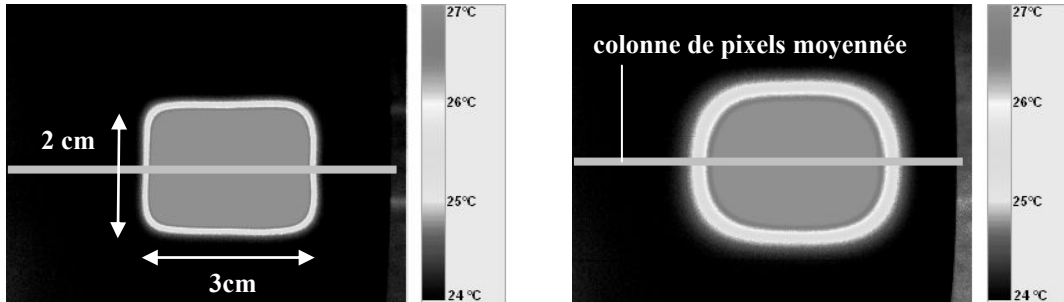


Figure 3 : Images thermiques à 0.5 tour et 1.5 tour après le flash

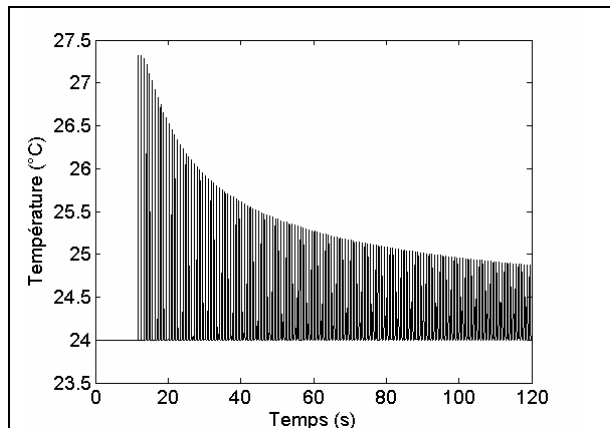


Figure 4 : Evolution théorique de la température en fonction du temps

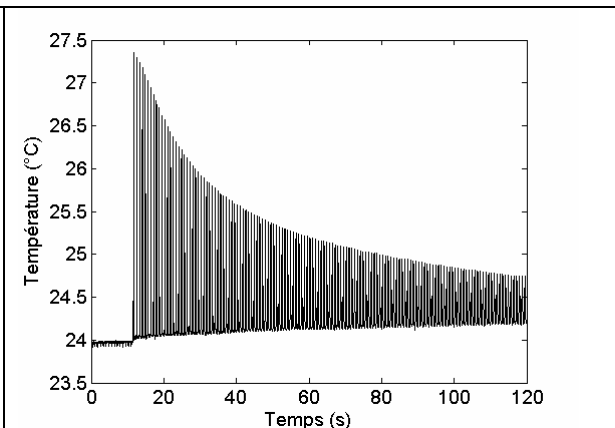


Figure 5 : Température expérimentale en fonction du temps (moyennage des pixels d'une colonne selon la génératrice)

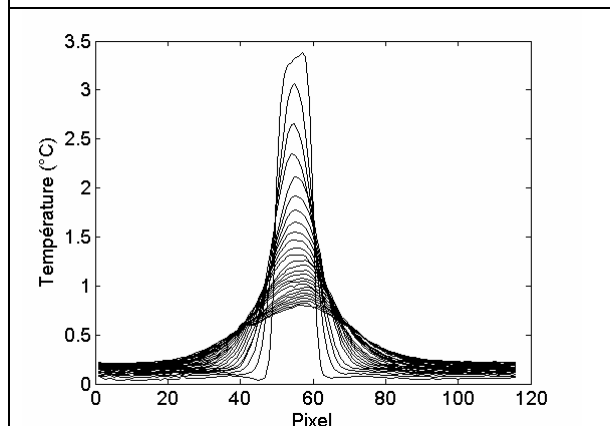


Figure 6 : Champs de températures mesurés superposés, en élévation de température par rapport à l'ambiante (environ 24°C)

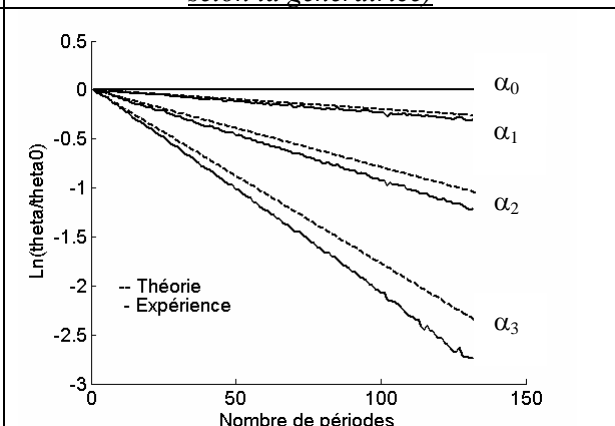


Figure 7 : Courbes d'estimation de la diffusivité avec correction de la ligne de base