Science Arts & Métiers (SAM)
is an open access repository that collects the work of Arts et Métiers Institute of Technology researchers and makes it freely available over the web where possible.

This is an author-deposited version published in: https://sam.ensam.eu
Handle ID: .http://hdl.handle.net/10985/6603

To cite this version :

Matthieu BAMFORD, Olivier FUDYM, Jean-Christophe BATSALE - Différentes stratégies pour l'estimation de profils de diffusivités thermiques d'une éprouvette composite SiCf/SiC après un flash - 2007

Any correspondence concerning this service should be sent to the repository Administrator : scienceouverte@ensam.eu

Différentes stratégies pour l'estimation de profils de diffusivités thermiques d'une éprouvette composite SiC_f/SiC après un flash

Matthieu BAMFORD[1*], Jean-Christophe BATSALE[1], Olivier FUDYM[2]

[1] Laboratoire inter établissement 'TRansferts Ecoulements FLuides Energétique', UMR 8508, Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers, Esplanade des Arts et Métiers, 33405 Talence cedex, France
[*](auteur correspondant : matthieu.bamford@bordeaux.ensam.fr)
[2] Ecole des Mines d'Albi, RAPSODEE UMR 2392 CNRS, Campus Jarlard, Albi, France

Résumé - Dans cette étude, des séquences infrarouges en régime transitoire d'un composite SiC_f/SiC excité par un « flash » sont traitées par deux approches. Une approche modale qui consiste à projeter les données brutes sur une base orthogonale et à étudier les modes résultant de cette décomposition, puis une approche nodale qui consiste à résoudre un schéma aux différences finies à chaque pixel. Pour chaque approche une analyse de sensibilité basée sur l'étude de la corrélation des dérivées partielles du champ de températures est présentée. La diffusivité longitudinale du composite est mesurée à la fois globalement et localement.

Nomenclature

a	diffusivité thermique, $m^2.s^{-1}$	*Symboles grecs*	
T	température, K	θ	coefficient de Fourrier $K.m^{-1}$
L,l	largeur et longueur de la scène filmée, m	α	fréquence de Fourrier, m^{-1}
e	épaisseur de l'éprouvette, m	ρ	coefficient de corrélation, *sans unité*

1. Introduction

Dans des secteurs d'activité tels que l'aéronautique, l'utilisation de matériaux résistant à d'importantes contraintes thermiques ou mécaniques est nécessaire. Certains matériaux composites permettent de combiner ces qualités et sont donc intégrés dans plusieurs parties de l'avion. Il est cependant essentiel d'en caractériser les hétérogénéités, en étudiant par exemple leur diffusivité thermique a (m^2/s) de façon locale à partir d'images infrarouges obtenues après une excitation « flash » [1]. Dans la littérature une approche nodale [2] basée sur l'implémentation d'un schéma aux différences finies et l'inversion d'une matrice de sensibilité à chaque pixel permet de traiter de telles rafales.

Dans ce travail, nous proposons d'implémenter dans un premier temps une approche modale basée sur la projection des données brutes sur une base orthogonale et sur l'étude des modes résultants. La transformation de Fourier, la Décomposition en Valeurs Singulières (SVD) puis une décomposition en Ondelettes de type « Daubechies 1» sont successivement appliquées. Les inversions sont effectuées dans les espaces résultants ou l'essentiel de l'information est contenue dans un nombre limité de modes prépondérants et où l'influence du bruit est moindre. Chaque mode correspond à une échelle d'observation, permettant ainsi de faire varier cette échelle d'étude et de caractériser le niveau d'homogénéisation du matériau ou à l'inverse la taille caractéristique et la position de ses hétérogénéités.

Dans un second temps, une approche nodale basée sur l'étude de la covariance des différentes dérivées partielles du champ de températures est implémentée. Elle permet une analyse de sensibilité en temps et en espace pour localiser avant l'estimation les domaines

temporels et spatiaux ou le bruit est moindre et la sensibilité maximale. Cette analyse de sensibilité peut également servir à restreindre l'intervalle d'étude de l'analyse modale. De plus un critère de troncation est calculé après estimation et sans connaître le bruit de mesure pour discriminer les zones ou les estimations sont pertinentes des zones non exploitables.

Ces approches sont calibrées sur des matériaux composites n'ayant pas subi d'endommagement. En fin de compte des valeurs de diffusivités macroscopiques ainsi que des profils de diffusivité locales de ces composites sont obtenus. Les variations relatives des estimations locales par rapport aux valeurs macroscopiques de référence sont comparées pour les différentes stratégies.

2. Présentation du dispositif expérimental

La méthode flash est couplée ici avec une caméra infrarouge "ORION" (CEDIP) équipée d'une matrice de 256×256 capteurs Insb. Les capteurs fonctionnent dans la gamme de longueurs d'ondes $2-5\mu m$ à une fréquence de 100 Hz (pour cette étude). L'éprouvette SiC_f/SiC est d'épaisseur $e = 3.34 \cdot 10^{-3} m$, de longueur $200 \cdot 10^{-3} m$ et de largeur $25 \cdot 10^{-3} m$. L'échantillon est filmé face arrière sur une zone centrale de longueur $l = 146 \cdot 10^{-3} m$ et de largeur $L = 25 \cdot 10^{-3} m$. Le composite est placé entre la lampe flash et la caméra infrarouge. Après le flash, la caméra enregistre une séquence d'images qui est utilisée pour estimer les diffusivités thermiques.

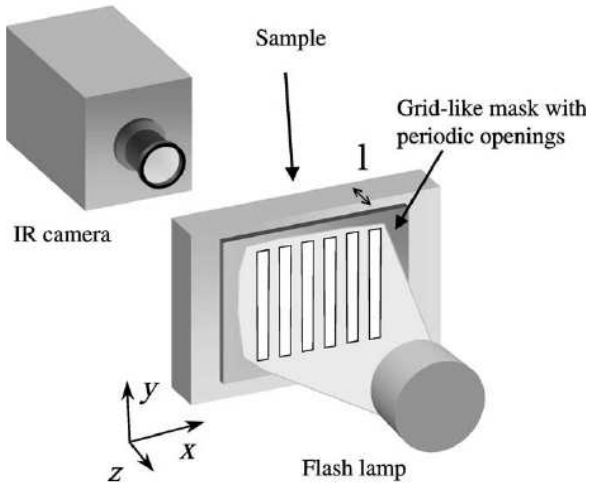

Figure 1 : *Dispositif expérimental tel que décrit par Krapez [3]*

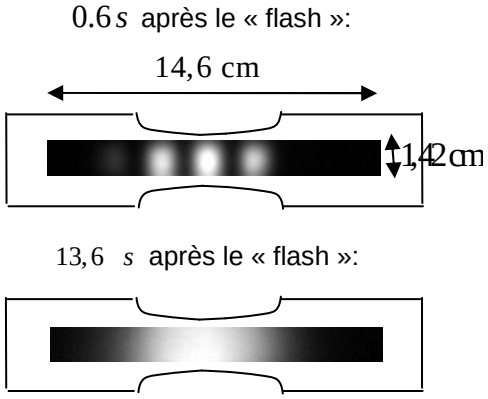

Figure 2 : *Localisation de la zone filmée*

Le "flash" est effectué au travers d'une « grille » périodique de période $\xi = 20 \cdot 10^{-3} m$ pour augmenter localement la sensibilité à la diffusivité longitudinale [3]. La géométrie de la grille induit un champ de températures constant dans la direction Oy, il est donc intéressant de travailler sur un profil de températures 1D moyenné par rapport à la variable d'espace y. L'étude de ces thermogrammes au cours du temps permet l'estimation d'un profil de diffusivités longitudinales dans la direction Ox. Un exemple de séquence d'images infrarouges obtenues avec un tel dispositif ainsi que les profils 1D résultants sont présentés figure 2.

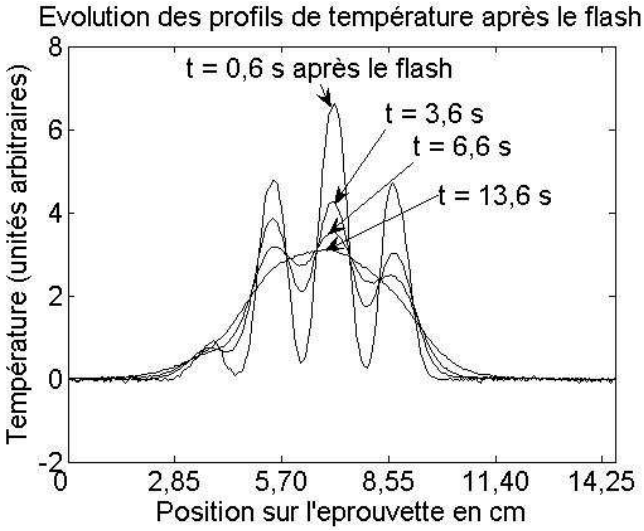

Figure 3 : *Profils obtenus avec la relation (1)*

C'est en étudiant ces données expérimentales que des profils de diffusivités longitudinales sont obtenus, à partir des modèles de diffusion présentés plus bas.

3. Mesures de diffusivités thermiques

Le champ de températures brut T est moyenné de sorte que l'observable utilisé pour les estimations est

$$\tilde{T}(x,t) = \left(l \cdot \int_{y=0}^{L} T(x,y,e,t)\,dy \right) / \left(\int_{x=0}^{l} \int_{y=0}^{L} T(x,y,e,t)\,dydx \right) \tag{1}$$

Il est possible de considérer le matériau comme homogène en première approximation. Le modèle 1D suivant permet de remonter à une valeur de diffusivité longitudinale macroscopique de référence

$$a_x^0 \cdot \frac{\partial^2 \tilde{T}}{\partial x^2} = \frac{\partial \tilde{T}}{\partial t} \tag{2}$$

Avec a_x^0 la diffusivité thermique longitudinale macroscopique dans la direction x. La relation (2) peut tout d'abord être inversée dans l'espace de Fourier-Laplace conduisant ainsi à la relation simple suivante (voir référence [4]) permettant d'estimer a_x^0 avec une simple régression linéaire (Cf tableau 1)

$$\ln\left(\frac{\theta(\alpha_n,e,t)}{\theta(0,e,t)} \right) = -a_x^0 \alpha_n^2 t \text{ avec } \alpha_n = n\pi / l \tag{3}$$

	a_x^0
	$m^2.s^{-1}$
Composite SiC_f/SiC	$(4{,}5\pm0{,}2).10^{-6}$

Tableau 1 : *Diffusivité macroscopique de l'échantillon composite*

Il est intéressant de constater qu'à l'échelle d'une période de la grille, la relation (2) est toujours vérifiée. De sorte qu'en appliquant ce modèle simplifié sur une fenêtre glissante de

longueur ξ il est possible d'obtenir un profil de diffusivités thermiques longitudinales locales $a_x(x)$ (voir référence [3]).

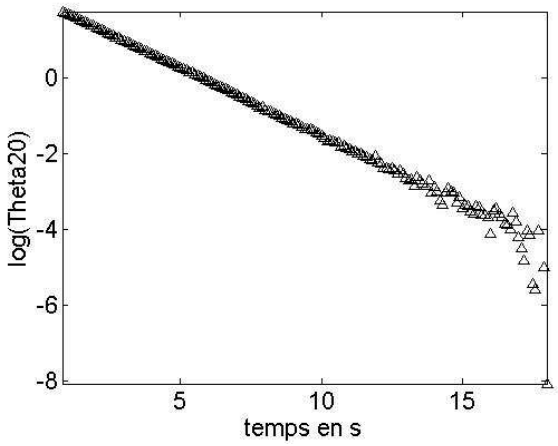

Figure 4 : *Logarithme d'un coefficient de Fourier au cours du temps*

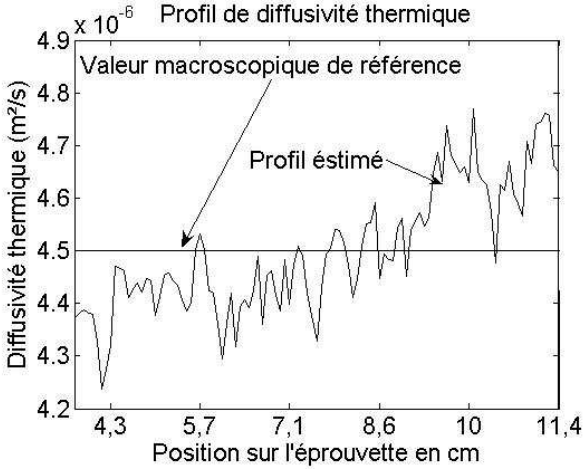

Figure 5 : *Profil de diffusivité obtenu en appliquant la relation (3) sur une fenêtre glissante*

L'implémentation locale de ce modèle est pertinente lorsque le coefficient de corrélation $\rho(x,t)$ entre le laplacien et la dérivée du champ de températures par rapport au temps est proche de 1. La zone spatio-temporelle ou ce coefficient est proche de 1 (visualisée figure 6) est une région de sensibilité optimale. Cette considération dérive de l'approche nodale selon laquelle

$$a_x(x,t)=\left(\int_{u=x-\xi/2}^{x+\xi/2}\frac{\partial^2\tilde{T}(u,t)}{\partial x^2}\cdot\frac{\partial\tilde{T}(u,t)}{\partial t}du\right)\Big/\left(\int_{u=x-\xi/2}^{x+\xi/2}\left(\frac{\partial^2\tilde{T}(u,t)}{\partial x^2}\right)^2du\right)=\rho(x,t)\cdot\frac{\left\|\frac{\partial\tilde{T}(x,t)}{\partial t}\right\|}{\left\|\frac{\partial^2\tilde{T}(x,t)}{\partial x^2}\right\|} \quad (4)$$

Soit en intégrant par rapport au temps

$$a_x(x)=\left(\int_t\rho(x,t)\cdot a_x(x,t)dt\right)\Big/\left(\int_t\rho(x,t)dt\right) \quad (5)$$

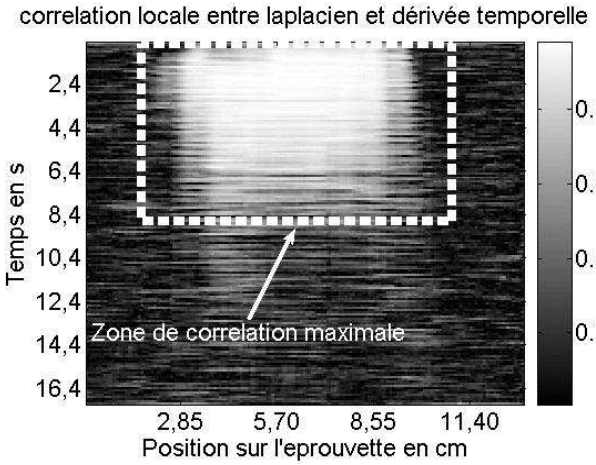

Figure 6 : *Cartographie des $\rho(x,t)$, localisation de la zone optimale pour l'estimation*

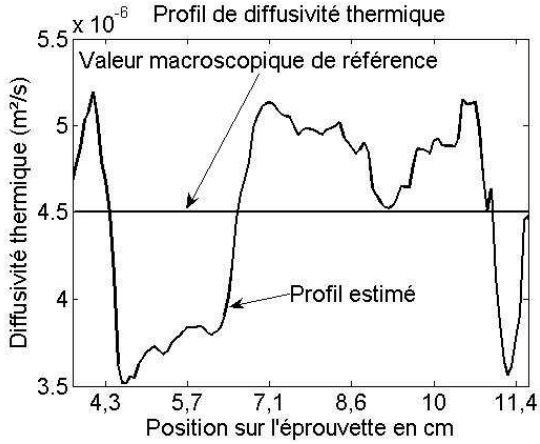

Figure 7 : *Profil de diffusivités $a_x(x)$ obtenu avec la relation (5)*

Une autre méthode pour calculer un profil de diffusivités thermiques est de remplacer $\mathbf{T}=\left[T(x_i,t_j)\right]_{(i,j)\in[1,m]\times[1,n]}=\left[T_{i,j}\right]_{(i,j)\in[1,m]\times[1,n]}$ par sa SVD (voir [5]), il vient que

$$\mathbf{T} = \sum_{k=1}^{\min(n,m)} \lambda_k \left(U_k \cdot V_k^T \right) = \mathbf{U}\Sigma\mathbf{V}^T \tag{6}$$

Avec Σ matrice diagonale constituée des valeurs singulières $\{\lambda_k\}_{k=1.n}$, les vecteurs colonnes $\{U_k\}_{k=1.\min(n,m)}$ et $\{V_k\}_{k=1.n}$ sont les colonnes des matrices $\mathbf{U}$ et $\mathbf{V}$. En injectant cette formule dans l'équation de Fourier discrétisée avec

$$\mathbf{P}_n = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ -1 & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \in M(n),\ \mathbf{P}_m^2 U_k = \ddot{U}_k \quad \text{et} \quad \mathbf{P}_n V_k = \dot{V}_k \tag{7}$$

On obtient alors à partir de la formule suivante le profil présenté plus bas

$$a_x(x)\frac{\Delta t}{\Delta x^2} \approx \left(\sum_{j=1}^{\tilde{n}} \lambda_j \frac{\sum_{k=j}^{\tilde{n}} \frac{\lambda_k}{\lambda_j} U_k(x) \left(\int_t \dot{V}_k(t) V_j(t) dt \right)}{\ddot{U}_j(x)} \right) / \left(\sum_{j=1}^{\tilde{n}} \lambda_j \right) \text{ avec } \tilde{n} = 3 \text{ ou } 4 \tag{8}$$

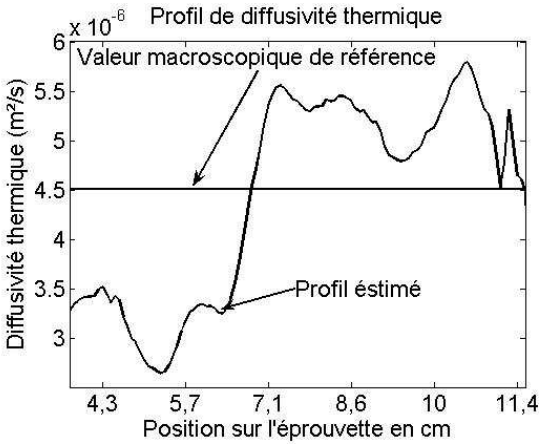

Figure 8 : *Profil de diffusivités* $a_x(x)$ *obtenu avec l'expression (8)*

Un raisonnement identique peut être tenu en remplaçant la SVD par une transformation en ondelettes [6]. En effet, si $\mathbf{T}$ est carrée de taille $n = 2^N$, ce qui peut toujours être le cas, soit en réduisant $\mathbf{T}$, soit en l'augmentant avec des zéros, il vient :

$$\mathbf{T} \approx \left(M_j^T \Theta_j M_j \right) \ \forall j \in 0..N = \frac{\log(n)}{\log(2)} \tag{9}$$

Avec M_j matrice contenant les coefficients d'échelle de la transformation en ondelettes et avec Θ_j (carrée de taille 2^j) l'approximation à l'échelle j de $\mathbf{T}$. Plus j est grand, et plus l'approximation est grossière. Dans le cas des ondelettes de « Daubechies1 », on obtient alors grâce aux propriétés d'orthogonalité de M_j

$$\frac{\Lambda_X^j}{2} \mathbf{P}_{n/2^j} \Theta_j = \Theta_j \mathbf{P}_{n/2^j}^T \quad \forall j \in 0..N \tag{10}$$

Où $\mathbf{A}_X$ est la matrice diagonale contenant les diffusivités locales, et Λ_x^j son approximation à l'échelle j. Cette équation est identique à la relation de Fourier avec 2^{j-1} fois moins de données à traiter. Il est possible d'estimer la matrice des diffusivités locales Λ_x^j dans l'espace compressé à l'aide d'une méthode nodale simple comme celle exprimée plus haut, et de

revenir à l'espace de départ par une transformation inverse : $\mathbf{A}_x \approx M_j \Lambda_x^j M_j^T$. Il est à noter qu'un profil de diffusivité est obtenu à chaque échelle. Cependant la « finesse » de l'estimation diminue quand j augmente, aussi un équilibre doit être trouvé entre la compression des données et la précision des résultats.

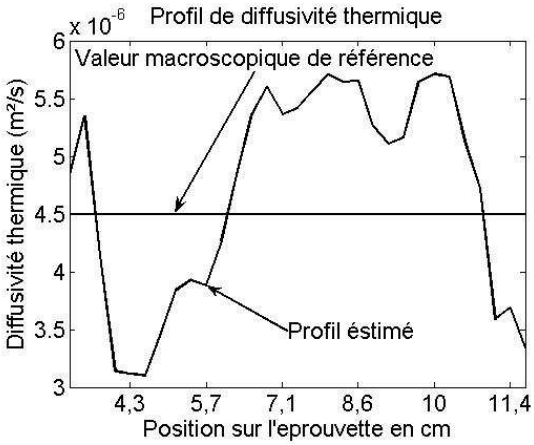

Figure 9 : *Profil de diffusivités obtenu avec l'expression (10)*

4. Conclusion

Les profils de diffusivités des figures 7,8, et 9 sont très ressemblants et présentent des variations locales très marquées par rapport à la diffusivité macroscopique de référence. Il est donc pertinent de valider les approches mises en œuvre pour obtenir ces profils, et d'expliquer les variations de diffusivités locales par la présence d'hétérogénéités dans le composite. Il est à noter que le profil présenté figure 5 ne capte pas les variations de diffusivité car la méthode utilisée dans ce cas n'est pas assez robuste. Parmi les différentes approches, les méthodes modales sont plus rapides que les méthodes nodales car elles consistent à comprimer l'information avant d'appliquer un modèle sur un espace réduit. Parmi ces méthodes modales, la méthode basée sur la SVD nécessite le calcul de valeurs propres et est donc plus lourde en temps de calcul que la méthode utilisant des ondelettes, cependant elle fournit des bases de décomposition dont le contenu physique pourra être exploité directement dans des travaux futurs.

Références

[1] Hay B., Filtz J. R., Batsale J.C., Mesure de la diffusivité thermique par la méthode flash, Encyclopédie : « Techniques de l'ingénieur », vol. RC3, noR2955, (2004) 1-12

[2] Mourand D., Batsale J.C., Sequential method for thermal diffusivities discrimination by infrared thermography, High Temperatures - High Pressures, vol 33 (2001) 127-134

[3] Krapez J.C., Spagnolo L., Frieß M., Maier H.P., Neuer G., Measurement of in-plane diffusivity in non-homogeneous slabs by applying flash thermography, International Journal of Thermal Sciences 43 (2004) 967–977

[4] Philippi I., Batsale J.C., Maillet D., Degiovanni A., Measurement of thermal diffusivity through processing of infrared images, Rev. Sci. Instrum. 66(1) (1995) 182-192

[5] Rousseau J, Loredo A, Martin B, Identification de défauts par l'analyse de films thermographiques à l'aide de la méthode SVD, proc Congrès Français de Thermique SFT, (Reims, 30 mai-2 juin 2005) 585-590

[6] Daubechies I., Ten lectures on wavelets, SIAM, (1992)