Science Arts & Métiers (SAM)
is an open access repository that collects the work of Arts et Métiers Institute of Technology researchers and makes it freely available over the web where possible.

This is an author-deposited version published in: https://sam.ensam.eu
Handle ID: .http://hdl.handle.net/10985/7462

To cite this version :

Charles MAREAU, Franck MOREL - Evolution du bilan énergétique dans les matériaux métalliques sous sollicitation cyclique. - In: Congrès français de mécanique (21 ; 2013 ; Bordeaux (Gironde))., France, 2013-08-26 - Congrès français de mécanique (21 ; 2013 ; Bordeaux (Gironde)). - 2013

Any correspondence concerning this service should be sent to the repository Administrator : scienceouverte@ensam.eu

Évolution du bilan énergétique dans les matériaux métalliques sous sollicitation cyclique

C. Mareau[a], F. Morel[a]

a. *Laboratoire Angevin de Mécanique, Procédés et innovAtion*

Résumé :

Classiquement, la validité d'un modèle de comportement cyclique est jugée en se limitant à l'observation des courbes contrainte-déformation. On peut néanmoins compléter cette description en adoptant un point de vue énergétique. Ainsi, dans le présent travail, on développe un modèle multiéchelle permettant de décrire l'évolution de l'énergie dissipée et de l'énergie stockée dans un acier moyen carbone soumis à un chargement cyclique. Le modèle proposé permet en particulier de montrer l'aspect hétérogène des champs d'énergies stockée et dissipée à l'échelle microscopique.

Abstract :

In the case of cyclic plasticity, the validity of a constitutive model is usually assessed using stress-strain curves. However, this description can be enriched by adopting an energetic point of view. Thus, in the present work, a multiscale model is developed to estimate the amount of energy which is either dissipated into heat or stored in the material in a medium carbon steel under cyclic loading. The results emphasize the heterogeneous aspect of the stored and dissipated energy fields at a microscopic scale.

Mots clefs : plasticité cyclique ; énergie dissipée ; énergie stockée

1 Introduction

Le dimensionnement des composants mécaniques soumis à des sollicitations cycliques multiaxiales repose généralement sur l'utilisation de critères développés pour la fatigue à grand nombre de cycles. Ces critères, fondés sur l'observation du comportement en régime stabilisé, sont basés soit sur une approche en contrainte [1, 2], soit sur une approche énergétique [3, 4]. Les approches énergétiques peuvent être classées selon qu'elles supposent que le processus d'endommagement est gouverné par l'énergie de déformation, l'énergie dissipée ou l'énergie stockée. Si le lien entre l'endommagement en fatigue et l'énergie dissipée reste encore mal compris [5], il semble exister une corrélation entre l'énergie stockée et l'endommagement en fatigue [6]. La fiabilité des approches énergétiques est néanmoins tributaire de la capacité des lois de comportement à proposer une description réaliste de la partition de l'énergie de déformation en énergie dissipée ou stockée.

La présente étude s'intéresse à l'évolution du bilan énergétique dans un acier moyen carbone (0,35%C) soumis à un chargement cyclique. Il s'agit en particulier de développer un modèle polycristallin qui soit (i) capable de reproduire l'évolution expérimentale de l'énergie stockée et de l'énergie dissipée à l'échelle macroscopique au cours des cycles mais également (ii) de permettre d'accéder à l'échelle microscopique afin de mieux comprendre l'influence des hétérogénéités microstructurales.

2 Données expérimentales

2.1 Matériau

Le matériau étudié est un acier moyen carbone (0,35%C) disposant d'une texture faiblement marquée. Il est constitué de cristallites dont la taille moyenne est d'environ 12 μm. Le matériau est biphasé

(ferrite et cémentite) avec une fraction volumique de ferrite proeutectoide de 55% tandis que la fraction volumique de perlite est de 45%.

2.2 Dispositif expérimental

Les essais cycliques ont été réalisés sur une machine de fatigue INSTRON 8850 sur des éprouvettes de géométrie tubulaire. Chaque éprouvette a été soumise à un chargement cyclique à contrainte Σ imposée avec un rapport de charge $R = \Sigma_{min}/\Sigma_{max}$ et une une fréquence de chargement f_l constantes. Les données expérimentales obtenues sont la contrainte macroscopique Σ, la déformation macroscopique E et la température T mesurée au centre de l'éprouvette grâce à un thermocouple.

2.3 Bilan énergétique

La détermination des quantités énergétiques stockée et dissipée peut être réalisée en adoptant le cadre thermomécanique proposé par [7]. Ce cadre thermomécanique repose en particulier sur la forme suivante de l'équation de la chaleur qui permet de relier l'élévation de température moyenne par cycle $\overline{\theta}$ à la source de dissipation moyenne par cycle et par unité de volume $\overline{D}_1$:

$$\rho C\dot{\overline{\theta}} + \frac{\overline{\theta}}{a} + \frac{\overline{\theta}^2}{b} = \overline{D}_1 \tag{1}$$

où a et b sont deux constantes représentatives des échanges thermiques autour du thermocouple placé au centre de l'éprouvette et $\overline{z}$ représente la moyenne de la variable z sur un cycle de sollicitation. D'autre part, la puissance des efforts extérieurs s'écrit sous la forme :

$$P_{ext} = \Sigma : \dot{E} \tag{2}$$

En adoptant le formalisme des petites déformations, la déformation totale E peut se décomposer en une partie élastique E_e et une partie plastique E_p. L'intégration de la relation (2) sur un cycle de sollicitation conduit alors à l'expression de la puissance des efforts extérieurs moyenne par unité de volume et par cycle de sollicitation $\overline{P}_{ext}$ exprimée à partir des données expérimentales de contrainte et de déformation :

$$\overline{P}_{ext} = \overline{\Sigma : \dot{E}} = \overline{\Sigma : \dot{E}_p} \tag{3}$$

Puisque la vitesse d'évolution de la densité d'énergie stockée s'exprime comme la différence entre le taux de travail plastique et la source de dissipation, l'évolution de la densité d'énergie stockée $\overline{P}_s$ moyenne par cycle s'exprime simplement :

$$\overline{P}_s = \overline{P}_{ext} - \overline{D}_1 \tag{4}$$

Ainsi, $\overline{P}_{ext}$ et $\overline{D}_1$ étant déterminés à partir des relations (1) et (3), la différence entre $\overline{P}_{ext}$ et $\overline{D}_1$ fournit une estimation de la densité d'énergie stockée moyenne par cycle. Par la suite, on s'intéressera aux densités $\overline{W} = \overline{P}_{ext}/f_l$, $\overline{W}_d = \overline{D}_1/f_l$ et $\overline{W}_s = \overline{P}_s/f_l$ qui correspondent respectivement à l'énergie de déformation, l'énergie dissipée et l'énergie stockée moyennes par cycle.

3 Description du modèle

3.1 Modèle d'homogénéisation

En considérant un élément de volume V représentatif du matériau étudié, on peut supposer que celui-ci est soumis à des conditions aux limites périodiques définis par les taux de déformation $\dot{E}$ et de rotation $\dot{\Omega}$ macroscopiques. La détermination des taux de déformation $\dot{\varepsilon}$ et de rotation $\dot{\omega}$ en un point x consiste alors à résoudre les équations intégrales suivantes :

$$\dot{\varepsilon}(x) = \dot{E} - \int_V \Gamma^{C^0}(x - x') : \dot{\tau}(x')\, dx' \text{ et } \dot{\omega}(x) = \dot{\Omega} - \int_V \Pi^{C^0}(x - x') : \dot{\tau}(x')\, dx' \tag{5}$$

Γ^{C^0} et Π^{C^0} sont les parties symmétriques et anti-symmétriques de l'opérateur de Green associé au milieu élastique de référence défini par un tenseur de rigidité C^0 et $\dot{\tau}$ est le taux de polarisation défini en chaque point par :

$$\dot{\tau}(x) = \dot{\sigma}(x) - C^0 : \dot{\varepsilon}(x) \tag{6}$$

La détermination des champs $\dot{\varepsilon}$ et $\dot{\omega}$ est réalisée à partir de l'approche FFT proposée par [8]. Ainsi, si l'élément représentatif est discrétisé en voxels, une solution approchée est obtenue en appliquant la transformée de Fourier rapide aux équations intégrales. En adoptant l'hypothèse des petites déformations, les taux de déformation $\dot{\varepsilon}$ et de rotation $\dot{\omega}$ en un point x de l'élément de volume sont décomposés en parties élastique et plastique :

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_e + \dot{\varepsilon}_p \text{ et } \dot{\omega} = \dot{\omega}_e + \dot{\omega}_p \tag{7}$$

où $\dot{\varepsilon}_e$ et $\dot{\omega}_e$ (respectivement $\dot{\varepsilon}_p$ et $\dot{\omega}_p$) sont les parties élastiques des taux de déformation et de rotation (respectivement les parties plastiques). Ainsi, le taux de contrainte $\dot{\sigma}$ en un point x est donné par la relation :

$$\dot{\sigma} = c : (\dot{\varepsilon} - \dot{\varepsilon}_p) \tag{8}$$

3.2 Loi de comportement

Dans le cas présent, la discrétisation de la microstructure ne permet pas de modéliser explicitement la microstructure lamellaire caractéristique de la perlite. Chaque voxel de la microstructure discrétisée correspond donc soit à la phase perlitique, soit à la phase ferritique proeutectoide. Dans le cas de la perlite, la partition des tenseurs de contrainte et de déformation entre la cémentite (notée Fe_3C) et la ferrite eutectoide (notée α) est réalisée à partir de l'approximation de Voigt :

$$\dot{\varepsilon}^{Fe_3C} = \dot{\varepsilon}^{\alpha} = \dot{\varepsilon} \text{ et } \dot{\omega}^{Fe_3C} = \dot{\omega}^{\alpha} = \dot{\omega} \tag{9}$$

La dureté de la ferrite eutectoide étant nettement supérieure à celle de la ferrite proeutectoide, le comportement est supposé purement élastique pour les voxels perlitiques :

$$\dot{\sigma}^{Fe_3C} = c^{Fe_3C} : \dot{\varepsilon}^{Fe_3C} \text{ et } \dot{\sigma}^{\alpha} = c^{\alpha} : \dot{\varepsilon}^{\alpha} \tag{10}$$

Si on note f la fraction volumique de cémentite contenue dans la perlite (i.e. 12%), les propriétés élastiques d'un voxel perlitique sont alors données par la relation :

$$c = f c^{Fe_3C} + (1 - f)\, c^{\alpha} \tag{11}$$

Un comportement élasto-viscoplastique est choisi pour la phase ferritique proeutectoide. L'anisotropie de déformation plastique est prise en compte en se plaçant dans le cadre de la plasticité cristalline. Ainsi, en considérant N systèmes de glissement, les taux de déformation et de rotation plastiques s'expriment à partir du taux de cisaillement plastique $\dot{\gamma}_p^g$ et des parties symétriques et anti-symétriques du tenseur de Schmid R^g et S^g :

$$\dot{\varepsilon}_p = \sum_{g=1}^{N} R^g \dot{\gamma}_p^g \text{ et } \dot{\omega}_p = \sum_{g=1}^{N} S^g \dot{\gamma}_p^g \tag{12}$$

Le taux de cisaillement plastique s'exprime à partir de la relation :

$$\dot{\gamma}_p^g = \left(\frac{\langle |\tau^g - x^g| - r^g - \tau_0 \rangle}{K} \right)^n \operatorname{sign}(\tau^g - x^g) \tag{13}$$

$\tau^g = R^g : \sigma$ est la cission résolue s'exerçant sur le système g, τ_0, K et n sont des paramètres matériau et r^g (respectivement x^g) est utilisé pour la description de l'écrouissage isotrope (respectivement cinématique). L'évolution de r^g est donnée sous la forme d'une loi exponentielle saturante :

$$r^g = \sum_h H^{gh} \sum_{i=1,2} \left(Q_i \left(1 - \exp\left(-B_i p^h \right) \right) \right) \text{ avec } \dot{p}^h = |\dot{\gamma}_p^h| \tag{14}$$

où B_1, Q_1, B_2 et Q_2 sont des paramètres matériau et H est une matrice d'écrouissage décrivant les interactions entre différents systèmes. L'écrouissage cinématique suit une loi non-linéaire :

$$\dot{x}^g = \alpha\dot{\gamma}_p^g - \beta x^g|\dot{\gamma}_p^g| = \alpha\dot{y}^g \tag{15}$$

où α et β sont des paramètres matériau.

3.3 Source de dissipation et énergie stockée

Dans la présente formulation, les variables internes permettant de décrire l'état microstructural en chaque point sont γ_p^g, p^g et y^g respectivement associées aux forces thermodynamiques $-\tau^g$, r^g et x^g. La source de dissipation s'écrit donc en chaque point sous la forme suivante :

$$d_1 = \begin{cases} 0 & \text{pour la perlite} \\ \sum_g \tau^g\dot{\gamma}_p^g - \sum_g r^g\dot{p}^g - \sum_g x^g\dot{y}^g & \text{pour la ferrite proeutectoide} \end{cases} \tag{16}$$

En notant $< z >$ la moyenne volumique du champ $z(x)$, la source de dissipation macroscopique moyenne par cycle s'écrit :

$$\overline{D}_1 = \overline{< d_1 >} \tag{17}$$

L'évolution de la quantité d'énergie stockée p_s au point x est donnée par la relation :

$$p_s = \begin{cases} 0 & \text{pour la perlite} \\ \sigma : \dot{\varepsilon}_p - d_1 = \sum_g r^g\dot{p}^g + \sum_g x^g\dot{y}^g & \text{pour la ferrite proeutectoide} \end{cases} \tag{18}$$

À l'échelle macroscopique, le taux de stockage d'énergie P_s se déduit de la relation 4 :

$$\overline{P}_s = \overline{< \sigma : \dot{\varepsilon}_e >} + \overline{< p_s >} = \overline{< \sigma : \dot{\varepsilon}_e >} + \overline{< \sum_g r^g\dot{p}^g >} + \overline{< \sum_g x^g\dot{y}^g >} \tag{19}$$

4 Résultats

Deux éprouvettes en acier C35 (EXP1 et EXP2) ont été soumises à un chargement cyclique de compression ($R = \infty$) à une fréquence de 20 Hz et une amplitude de 280 MPa pendant 10 000 cycles. Le cadre thermomécanique présenté précédemment a été utilisé afin de déterminer l'évolution de l'énergie de déformation, de l'énergie dissipée et de l'énergie stockée au cours des cycles.

Le modèle (SIM1) a été utilisé pour obtenir des estimations des quantités énergétiques à l'échelle microscopique dans des conditions de chargement similaires à celles utilisées expérimentalement. Les simulations ont été réalisées sur un polycristal de 512 grains. La microstructure a été discrétisée en $64 \times 64 \times 64$ voxels et seuls les systèmes de glissement $\{110\} < 111 >$ et $\{112\} < 111 >$ ont été considérés. Les paramètres ont été identifiés afin de reproduire à la fois l'évolution des quantités énergétiques déterminées pour les éprouvettes EXP1 et EXP2 et la courbe de comportement stabilisé obtenue lors d'un essai d'écrouissage cyclique ($\pm 0.4\%$, 1 Hz).

Les évolutions de l'énergie de déformation, de l'énergie dissipée et de l'énergie stockée moyennes par cycle calculées par le modèle sont comparées aux données expérimentales sur la figure 1. Si la description des grandeurs énergétiques est globalement satisfaisante, le modèle peine à reproduire la diminution de la densité d'énergie stockée observée expérimentalement. Cette insuffisance est liée au choix de variables internes pour la description de l'écrouissage isotrope. En effet, le choix du cisaillement plastique comme variable interne suppose que la quantité d'énergie stockée est potentiellement infinie tandis que la multiplication des dislocations, principale source d'écrouissage et de stockage d'énergie, est en réalité limitée comme cela a été montré dans le cas du fer α pur [9].

Le calcul des quantités d'énergie dissipée $\overline{d}_1$ et stockée $\overline{w}_s$ locales (i.e. pour chaque grain) peut être réalisé à l'aide du modèle. On peut remarquer que l'hétérogénéité des champs énergétiques est essentiellement liée à deux facteurs comme le montrent les figures 2 et 3. D'une part, l'observation

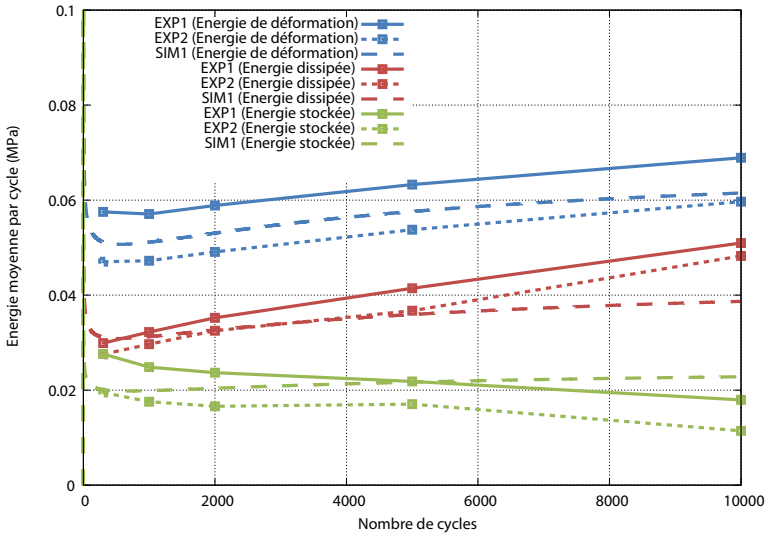

FIGURE 1 – Comparaison entre les évolutions expérimentales (EXP1 et EXP2) et calculées (SIM1) de l'énergie de déformation, de l'énergie dissipée et de l'énergie stockée moyennes par cycle.

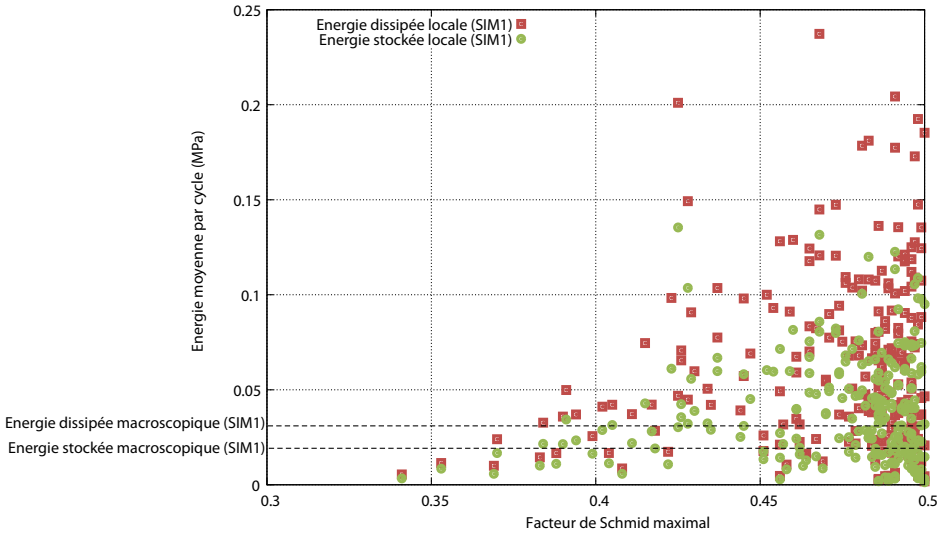

FIGURE 2 – Énergie stockée et énergie dissipée moyennes par grain et par cycle calculées après 1000 cycles de sollicitation en fonction du facteur de Schmid maximal.

des quantités énergétiques pour chaque grain en fonction du facteur de Schmid maximal montre que l'orientation cristallographique est un facteur de dispersion important. Cette dispersion résulte à la fois de l'anisotropie des propriétés élastiques et de l'anisotropie de déformation plastique.

D'autre part, les contraintes internes générées à cause de l'hétérogénéité des propriétés sont également une source de dispersion importante comme le souligne la figure 3. L'effet des contraintes internes est d'autant plus important dans l'acier étudié que la microstructure est biphasée puisque les phases ferritique proeutectoide et perlitique ont des comportements très différents. L'effet des contraintes internes est néanmoins surestimé par le modèle puisqu'un comportement purement élastique a été supposé pour la perlite alors que la déformation plastique, même si elle requiert des contraintes importantes, reste possible.

5 Conclusions

L'évolution du bilan énergétique d'un acier moyen carbone soumis à un chargement cyclique a été étudié. Un modèle polycristallin a été développé afin de décrire la partition de l'énergie de déformation

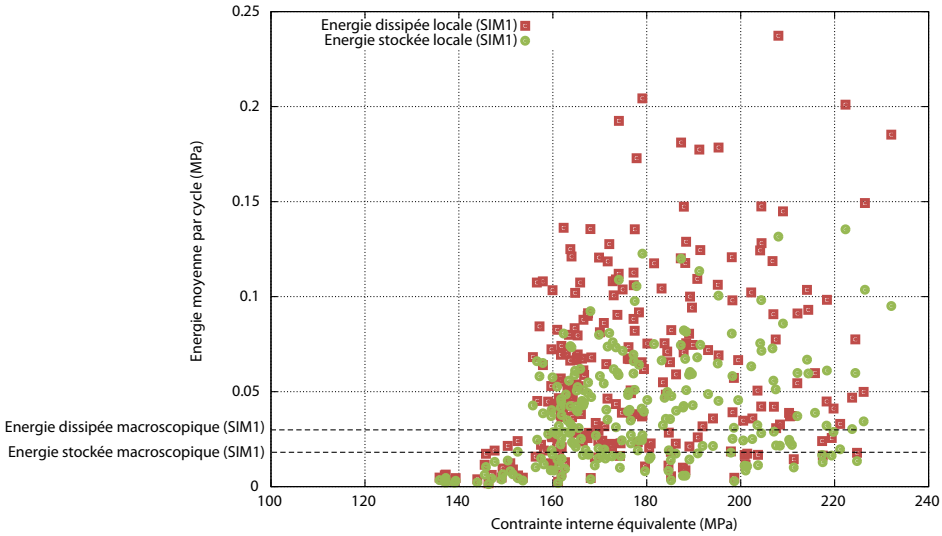

FIGURE 3 – Énergie stockée et énergie dissipée moyennes par grain et par cycle calculées après 1000 cycles de sollicitation en fonction de la contrainte interne équivalente.

en énergie dissipée ou stockée à l'échelle microscopique. L'identification des paramètres a été réalisée à partir d'une courbe de comportement cyclique et de l'énergie de déformation, de l'énergie dissipée et de l'énergie stockée déterminées expérimentalement lors d'un essai cyclique. Le modèle a notamment permis de souligner la dispersion des quantités énergétiques à l'échelle locale. Cette dispersion est essentiellement due à la distribution des orientations cristallographiques et la présence d'importantes contraintes internes.

Références

[1] Dang Van, K. 1973 Sur la résistance à la fatigue des métaux. *Sci. Tech. Armement* **47**

[2] Papadopoulos, I.V. 1994 A new criterion of fatigue strength for out-of-phase bending and torsion of hard metals. *International Journal of Fatigue* **16** 377-384

[3] Ellyin, F. 1974 A criterion for fatigue under multiaxial states of stress. *Mechanics Research Communications* **1** 219-224

[4] Leis, B.N. 1977 An energy-based fatigue and creep-fatigue damage parameter. *J. Pressure Vessel Technol.* **99** 524

[5] Chrysochoos, A., Berthel, B., Latourte, F., Galtier, A., Pagano, S., Wattrisse, B. 2008 Local energy analysis of high-cycle fatigue using digital image correlation and infrared thermography. *Journal of Strain Analysis for Engineering Design* **43** 411-421

[6] Warren, J., Wei, D.Y. 2010 A microscopic stored energy approach to generalize fatigue life stress ratios. *International Journal of Fatigue* **32** 1853-1861

[7] Boulanger, T., Chrysochoos, A., Mabru, C., Galtier, A. 2004 Calorimetric analysis of dissipative and thermoelastic effects associated with the fatigue behavior of steels. *International Journal of Fatigue* **26** 221-229

[8] Moulinec, H., Suquet, P. 1998 A numerical method for computing the overall response of nonlinear composites with complex microstructure. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* **157** 69-94

[9] Nakashima, K., Suzuki, M., Futamura, Y., Tsuchiyama, T., Takaki, S. 2006 Limit of dislocation density and dislocation strengthening in iron. *Materials Science Forum* **503-504** 627-632